



INGTUTOR

Formelsammlung

TECHNISCHE MECHANIK

1. Auflage
06/2025

2

MIT ALLEN TABELLEN

INGTUTOR.DE

Inhaltsverzeichnis

1	Zug und Druck in Stäben	2
1.1	Spannung im Querschnitt eines Stabs	2
1.2	Hookesches Gesetz (Elastizitätsgesetz)	2
1.3	Dehnung eines Stabes	2
2	Ebener Spannungszustand	3
2.1	Koordinatentransformation, Transformationsgleichungen	3
2.2	Hauptspannungen und Hauptrichtungen	3
2.3	Hauptschubspannungen	4
2.4	Mohrscher Spannungskreis	4
2.5	Kesselformeln (dünnwandiger Kessel)	5
3	Ebene Verzerrungen	6
3.1	Querkontraktion (Querdehnung)	6
3.2	Hookesches Gesetz für ebene Elemente	6
4	Flächenträgheitsmomente	7
4.1	Flächenträgheitsmomente bei zusammengesetzten Flächen	7
4.2	Satz von Steiner (Parallelverschiebung der Achsen)	8
4.3	Koordinatentransformation (Drehung der Achsen)	8
4.4	Hauptträgheitsmomente und Hauptachsen	9
4.5	Flächenträgheitsmomente ausgewählter Querschnitte	10
4.6	Widerstandsmomente	13
5	Balkenbiegung (gerade Biegung)	14
6.1	Biegelinien-Differentialgleichung	14
6.2	Rand- und Übergangsbedingungen	14
6.3	Biegelinientafel für statisch bestimmte Systeme	15
6.4	Biegelinientafel für statisch überbestimmte Systeme	18
6.5	Überlagerung, Superpositionsprinzip	20
6.6	Biegenormalspannung	21
6	Schiefe Biegung	22
8.1	Biegelinien-Differentialgleichung bei schiefer Biegung	22
8.2	Biegenormalspannung und Spannungsnulllinie	23
7	Schubspannung infolge Querkraft (Querkraftschub)	24
9.1	Schubspannung	24
9.2	Statisches Moment	25
8	Torsion	28
10.1	Verdrehwinkel	28
10.2	Schubspannung infolge Torsion	29
10.3	Torsionswiderstandsmomente und -flächenträgheitsmomente	30
9	Knickung	33
11.1	Knickgleichung	33
11.2	Euler-Knickfälle	33
11.3	Trägheitsradius	34
11.4	Schlankheitsgrad	34
11.5	Grenzschlankheitsgrad	34
11.6	Knickspannung	34
11.7	Knicksicherheit	35
11.8	Knicken im plastischen Bereich (Tetmajer)	35
10	Wichtige Werkstoffkennwerte	37
11	Mathematische Grundlagen	38

TECHNISCHE MECHANIK FORMELSAMMLUNGEN



AKTUELLE AUFLAGE
KOSTENLOS DOWNLOADEN



KLICK MICH

DOWNLOADEN

ingtutor.de



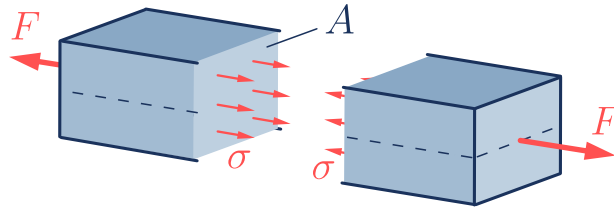
www.ingtutor.de

Zug und Druck in Stäben

Spannung im Querschnitt eines Stabs

Äußere Lasten in Längsrichtung des Balkens führen zu Zug-/Druckspannungen.

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

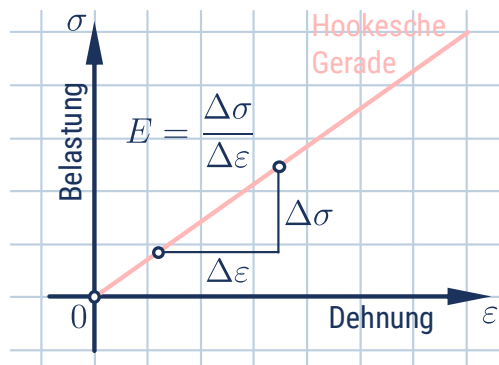


N ist hierbei die Normalkraft aus den Schnittgrößen und ist mit richtigem VZ zu berücksichtigen. Positive N führen zu Zug-, negative zu Druckspannungen.

Hookesches Gesetz (Elastizitätsgesetz)

Das Hookesche Gesetz beschreibt das linear-elastische Verhalten eines Materials und stellt den Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung her.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



Dehnung eines Stabes

Allgemeine Definition der Dehnung:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Mechanische Dehnung:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad \Delta l = \frac{Nl}{EA}$$

Thermische Dehnung:

$$\varepsilon_T = \alpha_T \cdot \Delta T$$

Bei gleichzeitiger thermischer und mechanischer Beanspruchung addieren sich die Dehnungen (nicht die Längenänderungen):

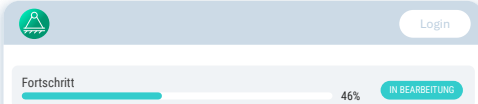
$$\varepsilon_{ges} = \varepsilon_{mech} + \varepsilon_T = \frac{\sigma}{E} + \alpha_T \cdot \Delta T$$

Hinweis zu N bei [Spannung im Querschnitt eines Stabes](#) beachten.

Allgemeines Vorgehen bei Aufgaben:

- 1) Freischnitt und Gleichgewichtsbedingung(en) für das System aufstellen
- 2) Verträglichkeitsbedingung bzw. kinematische Beziehung ermitteln
- 3) Hookesches Gesetz für jeden Stab (für σ und ε die obigen Formeln einsetzen)
- 4) Die Gleichungen aus den Schritten 1-3 ineinander einsetzen und auflösen

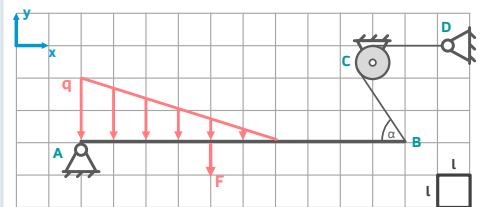
ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I



Aufgabe 9

Eine kleine Fußgängerbrücke ist in Punkt A drehbar gelagert. In Punkt B wird die Brücke über ein Seil gehalten. Dieses Seil wird über eine Umlenkrolle, die in Punkt C drehbar gelagert ist, geführt und in Punkt D festgehalten. Um die Brücke anzuheben, kann das Seil in Punkt D eingezogen werden. Der Balken sei masselos, das Seil dehnstarr und ebenfalls masselos. Die Umlenkrolle ist reibungsfrei gelagert und der Radius der Rolle kann vernachlässigt werden.

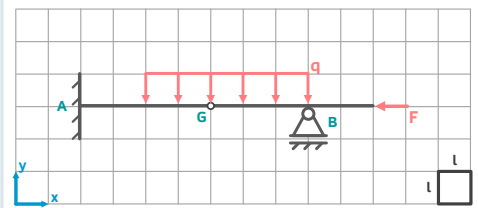
- a. Ist das System statisch bestimmt?
- b. Bestimme die Kraft im Seil.
- c. Bestimme die Lagerkräfte des Lagers A.
- d. Welche Kräfte wirken im Lager C und welche im Lager D?
- e. Die maximale Tragfähigkeit des Seils beträgt 2250 kg. Wie groß darf die Kraft F maximal sein, damit das Seil nicht reißt?



+ Lösung einblenden

Aufgabe 10

Das mehrteilige Tragwerk wird axial und quer belastet. Es sind die Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte zu ermitteln. Ist das System statisch bestimmt?



+ Lösung einblenden

- ✓ kein Vorwissen nötig
- ✓ einfach erklärt
- ✓ ausführliche Lösungen
- ✓ Erklärungen bis ins Detail



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de



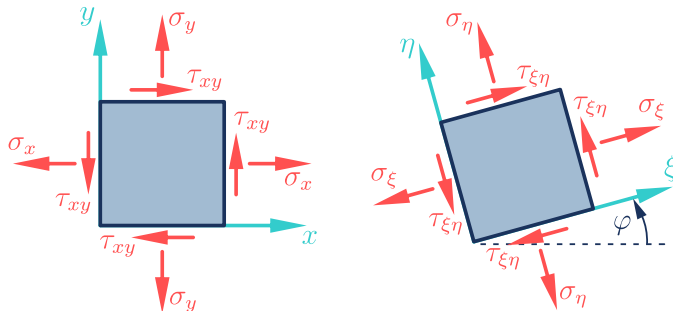
www.ingtutor.de

Ebener Spannungszustand

Vorzeichenkonvention

Am positiven Schnitthufer zeigen positive Spannungen in die positive Richtung der Koordinatenachsen. Nach demselben Prinzip werden Normal- und Querkräfte bei den Schnittgrößen angetragen. An den Ecken zeigen benachbarte Schubspannungen entweder beide aufeinander zu oder beide voneinander weg.

Koordinatentransformation, Transformationsgleichungen



$$\sigma_{\xi} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi$$

$$\sigma_{\eta} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\varphi - \tau_{xy} \sin 2\varphi$$

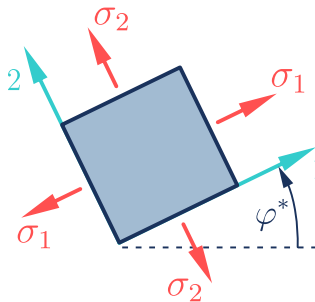
$$\tau_{\xi\eta} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cos 2\varphi$$

Hauptspannungen und Hauptrichtungen

Die größten und kleinsten Normalspannungen in einem beliebigen Element werden Hauptspannungen genannt.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Hinweis: σ_1 (positives VZ vor der Wurzel) ist die größte, σ_2 (negatives VZ) ist die kleinste Spannung.



Hauptrichtungen (HR):

Die Richtungen, bei denen die Hauptspannungen auftreten, werden Hauptrichtungen genannt. Die erste HR gehört stets zu σ_1 , die zweite HR zu σ_2 .

$$\tan 2\varphi^* = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

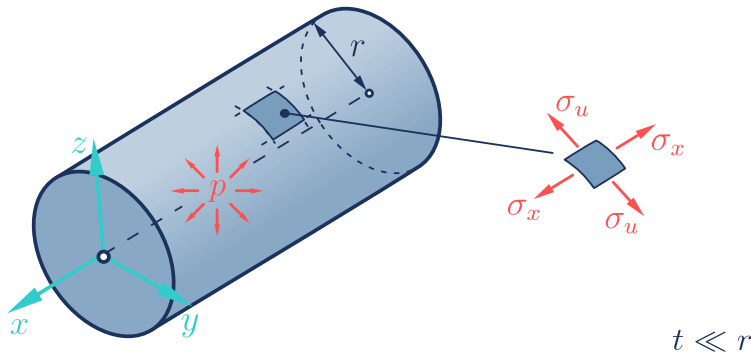
Achtung: Diese Gleichung liefert nicht zwingend die erste HR. Sie kann auch die zweite HR angeben. Die andere HR erhält man, indem 90° bzw. $\pi/2$ dazuaddiert werden, weil beide HR senkrecht aufeinander liegen. Welche Richtung zu welcher HR gehört, muss „manuell“ geprüft werden (z.B. durch Einsetzen der Richtungen in die Transformationsgleichungen).

Im Hauptschnitt bzw. Hauptachsensystem verschwinden die Schubspannungen. Das sieht man, wenn man beide HR in die Transformationsgleichung einsetzt:

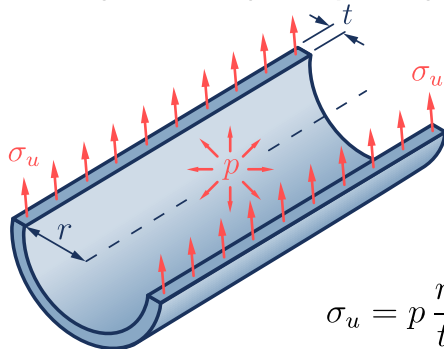
$$\tau_{\xi\eta}(\varphi^*) = \tau_{\xi\eta}(\varphi^* + \pi/2) = 0$$

Kesselformeln (dünnwandiger Kessel)

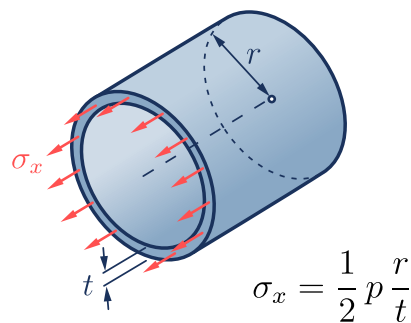
Steht ein Kessel, dünnwandig und zylinderförmig, unter einem Innendruck, dann werden in der Wand bzw. Mantelfläche (ebene) Spannungen verursacht.



Umfangs- bzw. Tangentialspannung



Längs- bzw. Axialspannung



- 1) Die Umfangs- ist doppelt so groß wie die Längsspannung: $\sigma_u = 2 \cdot \sigma_x$
- 2) Wirkt Außen- statt Innendruck, dann ist das Vorzeichen von p zu ändern.
- 3) σ_u und σ_x sind im gezeigten Schnitt Hauptspannungen. Hier treten demnach keine Schubspannungen auf.
- 4) Die max. Schubspannung tritt unter 45° auf und beträgt: $\tau_{max} = \frac{1}{4} p \frac{r}{t}$

Ebene Verzerrungen

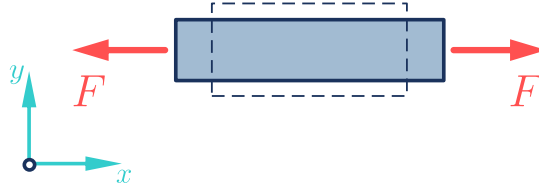
Ebene Verzerrungen (=Verformungen) behandeln die aus Normal- und Schubspannungen hervorgerufenen Dehnungen und Scherungen an ebenen Elementen.

Querkontraktion (Querdehnung)

Kräfte bzw. Spannungen in Längsrichtung verursachen sowohl Dehnungen in Längsrichtung als auch quer dazu. Bei Zug zieht sich der Querschnitt wie abgebildet zusammen (=Querkontraktion).

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \sigma_x$$

$$\varepsilon_y = -\nu \cdot \varepsilon_x$$



Querkontraktions-/ Poisson-Zahl für Metalle: $\nu \approx 0,3$

Hookesches Gesetz für ebene Elemente

Bei gegebener Spannung:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy}$$

Bei gegebener Verzerrung:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y)$$

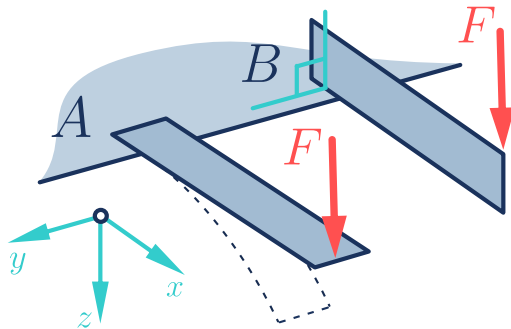
$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy}$$

Dabei ist G der Schubmodul.

Flächenträgheitsmomente

Das Flächenträgheitsmoment (= FTM) ist ein Maß für den Widerstand eines Querschnitts gegenüber Biegeverformungen. Lässt sich ein Balken schwer verbiegen, dann hat sein Querschnitt ein großes FTM. Das FTM ist eine rein geometrische Größe.



Position A: Hier liegt das Lineal flach auf der Tischkante. Unter einer Last am freien Ende gibt das Lineal nach und verbiegt sich. Das FTM ist hier klein und somit gibt es kaum Widerstand gegenüber Biegung.

Position B: Das Lineal steht nun wie abgebildet senkrecht auf der Tischkante. Unter derselben Last am freien Ende gibt es keine Absenkung. Das FTM ist hier groß und derselbe Querschnitt leistet jetzt deutlich mehr Widerstand.

Flächenträgheitsmomente bei zusammengesetzten Flächen

Allgemeine Form:

$$I_y = \sum I_{y,i} + \sum A_i b_i^2$$

$$I_z = \sum I_{z,i} + \sum A_i a_i^2$$

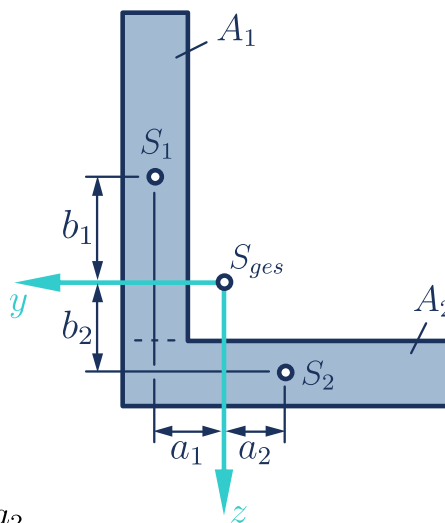
$$I_{yz} = \sum I_{yz,i} - \sum A_i b_i a_i$$

Für den abgebildeten Querschnitt:

$$I_y = I_{y1} + I_{y2} + A_1 b_1^2 + A_2 b_2^2$$

$$I_z = I_{z1} + I_{z2} + A_1 a_1^2 + A_2 a_2^2$$

$$I_{yz} = I_{yz1} + I_{yz2} - A_1 b_1 a_1 - A_2 b_2 a_2$$



- 1) Der Schwerpunkt der Gesamtfläche sowie die Schwerpunkte der einzelnen Teilflächen müssen bekannt sein.
- 2) Die Ausdrücke $A_i b_i^2$ werden Steiner-Anteile genannt.
- 3) Die Steiner-Abstände a und b sind die Abstände vom Gesamtschwerpunkt zum Teilflächenschwerpunkt. So ist z.B. b_1 negativ, weil man von S_{ges} in die negative z -Richtung gehen muss, um zu S_1 zu gelangen.
- 4) Das Vorzeichen der Abstände muss nur bei I_{yz} korrekt berücksichtigt werden. Für I_y und I_z spielt das Vorzeichen keine Rolle, weil die Abstände hier quadriert werden und deswegen immer positiv sind.

ONLINEKURS
TECHNISCHE MECHANIK I

✓ Relevant für TM2

○ Zentrales
Kräftesystem

5 Themen | 1 Test

○ Schwerpunkte

4 Themen | 1 Test

○ Lagerreaktionen

6 Themen | 1 Test

○ Fachwerke

6 Themen | 1 Test

○ Schnittgrößen

5 Themen | 1 Test

- ✓ Grundlagen beherrschen
- ✓ Ideal vorbereitet zum Einstieg in TM2
- ✓ Wissenslücken schließen



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de



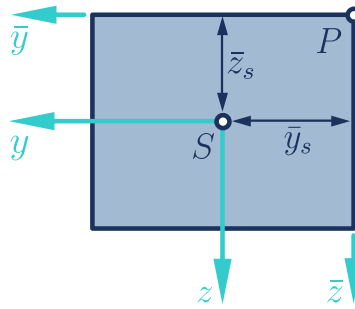
Satz von Steiner (Parallelverschiebung der Achsen)

Verschiebt man die Achsen parallel bzw. verschiebt man den Koordinatenursprung von S zu P , dann erhält man die neuen FTM mit:

$$I_{\bar{y}} = I_y + \bar{z}_s^2 A$$

$$I_{\bar{z}} = I_z + \bar{y}_s^2 A$$

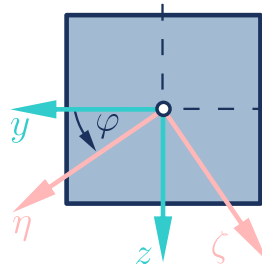
$$I_{\bar{y}\bar{z}} = I_{yz} - \bar{y}_s \bar{z}_s A$$



- 1) Das Vorzeichen der Steiner-Abstände $\bar{y}_s$ und $\bar{z}_s$ ist nur für $I_{\bar{y}\bar{z}}$ relevant ([siehe Hinweis 4](#)).
- 2) Die Abstände werden vom neuen Koordinatensystem aus gezählt. $\bar{z}_s$ ist hier z.B. positiv, weil man in die positive z-Richtung laufen muss, um von P zu S zu gelangen.

Koordinatentransformation (Drehung der Achsen)

Wird die Biegeachse des Querschnitts gedreht, dann ändert sich auch das FTM. Die Biegeachse kann sich z.B. dann ändern, wenn der Balken um seine Längsachse gedreht wird, während die Richtung der Last unverändert bleibt. Das einführende Beispiel mit dem Lineal ist eine solche Drehung der Biegeachse.



$$I_{\eta} = \frac{1}{2}(I_y + I_z) + \frac{1}{2}(I_y - I_z) \cos 2\varphi + I_{yz} \sin 2\varphi$$

$$I_{\zeta} = \frac{1}{2}(I_y + I_z) - \frac{1}{2}(I_y - I_z) \cos 2\varphi - I_{yz} \sin 2\varphi$$

$$I_{\eta\zeta} = -\frac{1}{2}(I_y - I_z) \sin 2\varphi + I_{yz} \cos 2\varphi$$

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Login

Technische Mechanik 1

Fortschritt 39% IN BEARBEITUNG

Kursinhalte

▼ alles ausklappen

- ☒ Grundbegriffe
6 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Zentrales Kräftesystem
5 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Allgemeines Kräftesystem
4 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Schwerpunkte
4 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Lagerreaktionen
6 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Fachwerke
6 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Schnittgrößen
5 Themen | 1 Test ausklappen
- ☐ Haftung und Reibung
2 Themen | 1 Test ausklappen
- Klausur

- ✓ 8 Kapitel
- ✓ 8 Zwischentests
- ✓ Abschlussklausur
- ✓ Theorie und Übungsaufgaben



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de



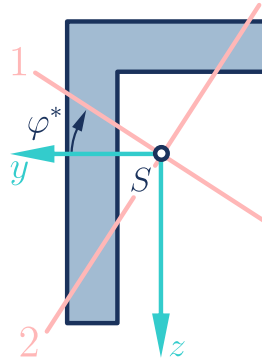
www.ingtutor.de

Hauptträgheitsmomente und Hauptachsen

Die größten und kleinsten FTM eines beliebigen Querschnitts werden Hauptträgheitsmomente genannt.

$$I_{1,2} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}$$

Hinweis: I_1 (positives VZ vor der Wurzel) ist das größte, I_2 (negatives VZ) ist das kleinste FTM des Querschnitts.



Richtung der Hauptachsen (HA):

Die Achsen, bei denen die Hauptträgheitsmomente wirken, werden Hauptachsen genannt. Die erste HA gehört stets zu I_1 , die zweite HA zu I_2 .

$$\tan 2\varphi^* = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z}$$

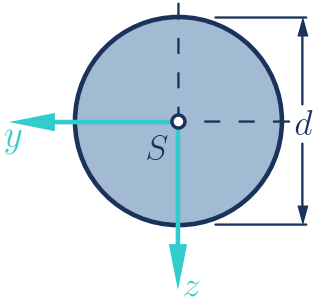
Achtung: Diese Gleichung liefert nicht zwingend die Richtung der ersten HA. Sie kann auch die Richtung der zweiten HA angeben. Die andere HA erhält man, indem 90° bzw. $\pi/2$ dazuaddiert werden, weil beide HA senkrecht aufeinander liegen. Welche Richtung zu welcher HA gehört, muss „manuell“ geprüft werden. Das kann z.B. durch Einsetzen der Richtungen in die Transformationsgleichungen oder mithilfe einer Zeichnung des Querschnitts festgestellt werden.

Im sog. Hauptachsensystem verschwindet das Deviationsmoment. Das sieht man, wenn man die Richtungen beider HA in die Transformationsgleichung einsetzt:

$$I_{\eta\zeta}(\varphi^*) = I_{\eta\zeta}(\varphi^* + \pi/2) = 0$$

Flächenträgheitsmomente ausgewählter Querschnitte

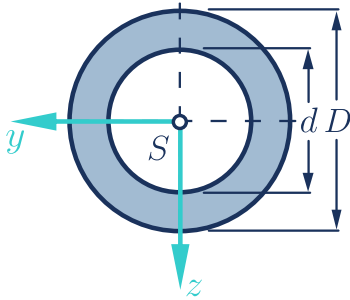
Kreis, Vollwelle



$$I_y = I_z = \frac{\pi}{64} d^4$$

$$I_{yz} = 0$$

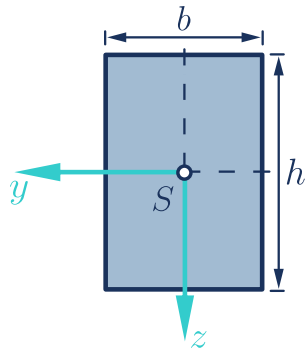
Kreisring, Hohlwelle



$$I_y = I_z = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

$$I_{yz} = 0$$

Rechteck

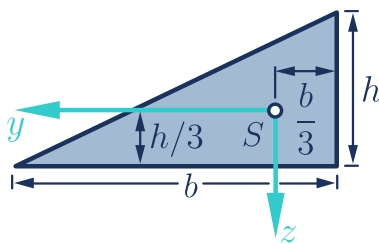


$$I_y = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_z = \frac{b^3h}{12}$$

$$I_{yz} = 0$$

Rechtwinkliges Dreieck

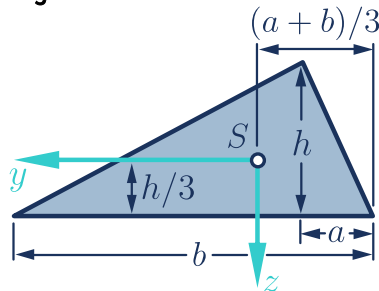


$$I_y = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_z = \frac{b^3h}{36}$$

$$I_{yz} = -\frac{b^2h^2}{72}$$

Allgemeines Dreieck



$$I_y = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_z = \frac{bh}{36} (b^2 - ba + a^2)$$

$$I_{yz} = -\frac{bh^2}{72} (b - 2a)$$

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Zwischentest (Schnittgrößen)

Zeitlimit: 00:15:39

Fragen: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Schnittgrößen (Teil 6)

Gegeben ist ein fest-los-gelagerter Balken, der durch eine konstante Streckenlast und durch eine Einzellast belastet wird. Außerdem sind 4 Momentenverläufe für den gesamten Balken vorgegeben. Kreuze den richtigen Momentenverlauf an.

1 2 3 4

☐ 1 ☐ 2

☐ 3 ☐ 4

☐ Der zugehörige Momentenverlauf ist nicht mit dabei

[zurück](#) [weiter](#)

- ✓ 8 Zwischentests
- ✓ Abschlussklausur
- ✓ Reale Testbedingungen
- ✓ Tests nach jedem Kapitel



KLICK MICH

LOSLEGEN

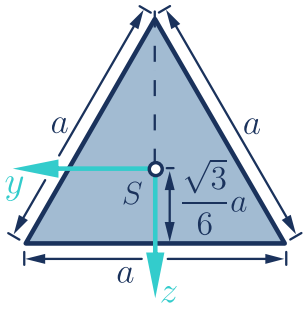
ingtutor.de



www.ingtutor.de

Flächenträgheitsmomente (Fortsetzung)

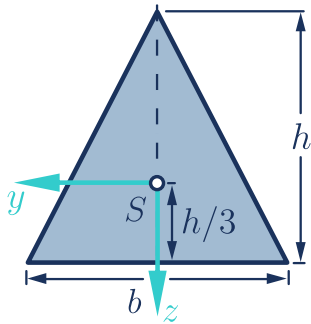
Gleichseitiges Dreieck



$$I_y = I_z = \frac{\sqrt{3}}{96} a^4$$

$$I_{yz} = 0$$

Gleichschenkliges Dreieck

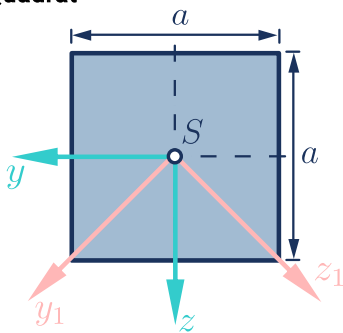


$$I_y = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_z = \frac{b^3h}{48}$$

$$I_{yz} = 0$$

Quadrat

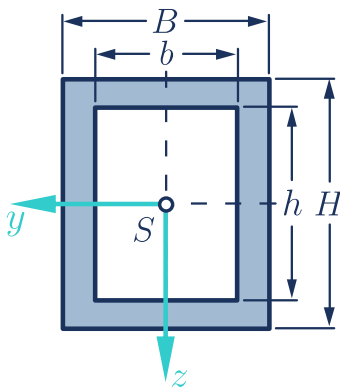


$$I_y = I_z = \frac{a^4}{12}$$

$$I_{y1} = I_y, \quad I_{z1} = I_z$$

$$I_{yz} = 0$$

Rechteckrohr, Hohlkasten

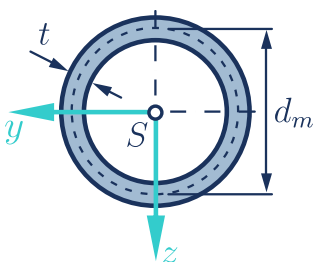


$$I_y = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$$

$$I_z = \frac{B^3H - b^3h}{12}$$

$$I_{yz} = 0$$

Dünnwandiges Rohr



$$I_y = I_z = \frac{\pi}{8} d_m^3 t$$

$$I_{yz} = 0$$

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Fortschritt 72% IN BEARBEITUNG

Aufgabe2
Für das gegebene Fachwerk sind alle Stabkräfte zu ermitteln.

+ Lösung einblenden

Aufgabe3
Das ebene Fachwerk, bestehend aus 13 Stäben und 8 Knoten, ist festlos-gelagert und wird durch vier Kräfte wie abgebildet belastet.

- Bestimme die Lagerkräfte.
- Prüfe die statische Bestimmtheit des Fachwerks.
- Identifiziere alle offensichtlichen Nullstäbe.
- Bestimme die Stabkräfte des Stabes 9.
- Bestimme die Stabkräfte der Stäbe 1-6.

+ Lösung einblenden

- ✓ 45 Aufgaben
- ✓ Ausführlich vorgerechnet
- ✓ Step-by-step erklärt
- ✓ Wie im Tutorium



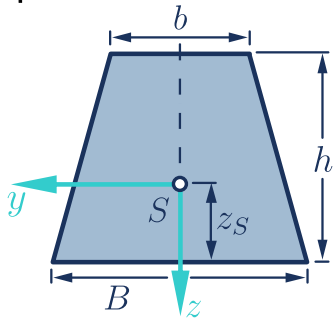
LOSLEGEN

ingtutor.de



Flächenträgheitsmomente (Fortsetzung)

Trapez

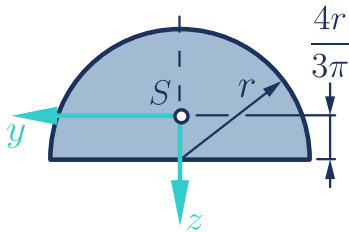


$$I_y = \frac{h^3}{36} \cdot \frac{B^2 + 4Bb + b^2}{B + b}$$

$$I_{yz} = 0$$

$$z_S = \frac{h}{3} \frac{B + 2b}{B + b}$$

Halbkreis

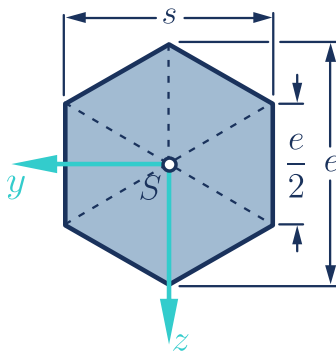


$$I_y = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) r^4 \approx 0,1098 r^4$$

$$I_z \approx 0,392 r^4$$

$$I_{yz} = 0$$

Sechseck, Sechskant, Hexagon

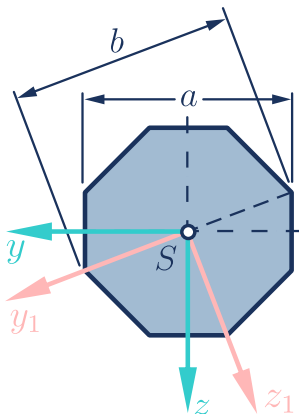


$$I_y = I_z \approx 0,0338 e^4 \approx 0,06 s^4$$

$$I_{yz} = 0$$

$$s = \frac{\sqrt{3}}{2} e$$

Achteck, Achtkant, Oktagon



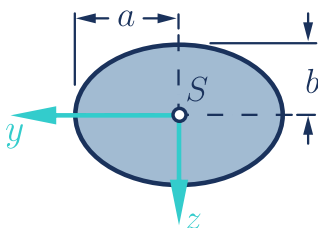
$$I_y = I_z \approx 0,04 b^4 \approx 0,0547 a^4$$

$$I_{y1} = I_y, \quad I_{z1} = I_z$$

$$I_{yz} = I_{yz1} = 0$$

$$b = \sqrt{\frac{4 + 2 \cdot \sqrt{2}}{3 + 2 \cdot \sqrt{2}}} a = 1,082 a$$

Ellipse



$$I_y = \frac{\pi}{4} ab^3$$

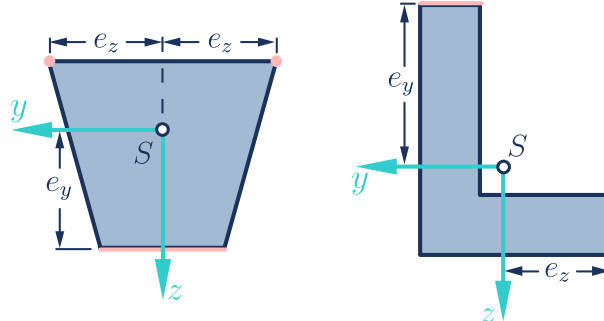
$$I_z = \frac{\pi}{4} ba^3$$

$$I_{yz} = 0$$

Widerstandsmomente

Das Widerstandsmoment W ist ebenfalls ein Maß für den Widerstand bei Biegung. Im Gegensatz zum FTM sagt W etwas zur max. Biegespannung aus: Je größer W ist, desto kleiner die max. Biegespannung. Dieser Zusammenhang ist beim FTM nicht eindeutig vorhanden: Zwei verschiedene Querschnitte können ein ähnliches FTM haben, aber ein sehr unterschiedliches W . Damit entsteht bei einem der Querschnitte eine große Biegespannung, bei dem anderen nur eine kleine – trotz gleichem FTM.

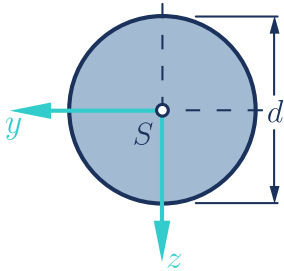
$$W_y = \frac{I_y}{e_y}, \quad W_z = \frac{I_z}{e_z}$$



- 1) e ist der max. Randfaserabstand (= der vom Schwerpunkt am weitesten entfernte Randpunkt in y- oder z-Richtung).
- 2) W hat grundsätzlich ein positives VZ. Die Abstände werden positiv eingesetzt.
- 3) In einigen Fällen ist es sinnvoll, e mit korrektem VZ einzusetzen. Dadurch kann W negativ werden. Das negative VZ bezieht sich dann nicht auf W , sondern auf die Biegespannung.

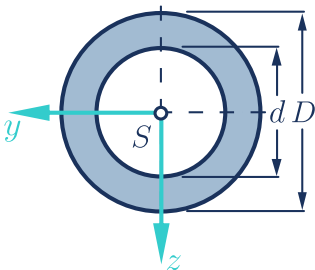
Widerstandsmomente ausgewählter Querschnitte

Kreis, Vollwelle



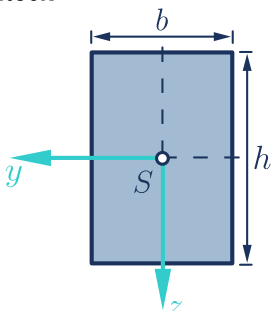
$$W_y = W_z = \frac{\pi}{32} d^3$$

Kreisring, Hohlwelle



$$W_y = W_z = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D}$$

Rechteck



$$W_y = \frac{bh^2}{6}$$

$$W_z = \frac{hb^2}{6}$$

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Login

Lagerreaktionen
 6 Themen | 1 Test zuklappen

Kapitelinhalt 55% abgeschlossen

- ☒ Lagerarten + Theorie
- ☒ Statische Bestimmtheit
- ☒ Lagerkräfte berechnen
- ☐ Zusammenfassung
- ☐ Übungsaufgaben
- ☐ Zwischentest (Lagerkräfte)

Fachwerke
 5 Themen | 1 Test zuklappen

Kapitelinhalt 32% abgeschlossen

- ☒ Statische Bestimmtheit eines Fachwerks
- ☒ Nullstäbe erkennen
- ☐ Ritterschnitt
- ☐ Knotenschnitt
- ☐ Übungsaufgaben
- ☐ Zwischentest (Fachwerke)

Schnittgrößen
 5 Themen | 1 Test zuklappen

Kapitelinhalt 24% abgeschlossen

- ☒ Grundbegriffe der Schnittgrößen
- ☒ Schnittgrößen berechnen
- ☐ Schnittgrößenverläufe zeichnen
- ☐ Zusammenfassung
- ☐ Übungsaufgaben
- ☐ Zwischentest (Lagerkräfte)

- ✓ Gut strukturiert
- ✓ Alle wichtigen Themen
- ✓ Individuelles Lerntempo
- ✓ Ersetzt Übung + Tutorium



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de

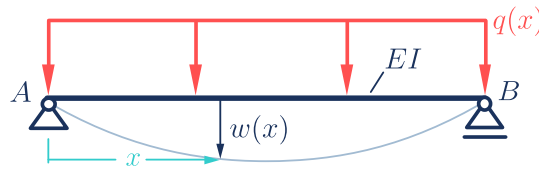


Balkenbiegung (gerade Biegung)

Biegelinien-Differentialgleichung

Die Gleichung der Biegelinie $w(x)$ lässt sich bei bekannter Streckenlast $q(x)$ und bei konstanter Biegesteifigkeit EI durch vierfache Integration bestimmen:

$$EI w^{IV} = q(x)$$



Durchsenkung: $w(x)$

Biegewinkel: $w'(x) = \varphi(x)$ wird in RAD angegeben

Biegemoment: $M_b = -EI w''(x)$

Querkraft: $Q = -EI w'''(x)$

Rand- und Übergangsbedingungen

Beim Integrieren entstehen **Integrationskonstanten**. Durch sog. Rand- (RB) und Übergangsbedingungen (ÜB) lassen sich die unbekannten Konstanten bestimmen. Pro Bedingung lässt sich eine Integrationskonstante bestimmen. Daher sind immer so viele Bedingungen nötig, wie es Konstanten gibt.

Randbedingungen

RB sorgen dafür, dass der Einfluss der Lagerung mathematisch korrekt in die Biegelinie berücksichtigt wird (z.B. kein Biegewinkel bei einer Einspannung). An jedem Rand liegen jeweils zwei RB vor.

Übergangsbedingungen

Sind notwendig, sobald mehrere Bereiche am Balken vorliegen. Die ÜB sorgen dafür, dass benachbarte Bereiche mathematisch korrekt „gekoppelt“ werden (z.B. kein plötzlicher Knick am Übergang).

Lager		Geometrische RB		Statische RB	
		w	w'	M_b	Q
Fest-/Loslager		$= 0$	$\neq 0$	$= 0$	$\neq 0$
Einspannung		$= 0$	$= 0$	$\neq 0$	$\neq 0$
Freies Ende		$\neq 0$	$\neq 0$	$= 0$	$= 0$
Parallelführung		$\neq 0$	$= 0$	$\neq 0$	$= 0$

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Fortschritt 26% **IN BEARBEITUNG**

Aufgabe 8
Gegeben ist ein Balken mit Fest-Loslager, der durch eine Dreieckslast und an seinem rechten Ende durch ein Einzellmoment belastet wird.

- Bestimme die Lagerkräfte.
- Bestimme die Schnittgrößen.
- Bestimme das maximale Moment und die zugehörige Stelle.
- Zeichne die Schnittgrößenverläufe.

$q = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}, M_B = 30 \text{ kNm}, l = 1 \text{ m}, \alpha = 45^\circ$

— Lösung:

Handwritten solution showing free body diagrams and calculations for reaction forces and internal forces.

- ✓ 45 Lösungsvideos
- ✓ 23 Theorievideos
- ✓ Erklärt in einfachen Worten
- ✓ Ausführlich vorgerechnet



KLICK MICH

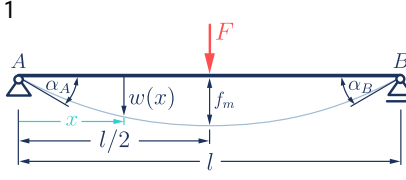
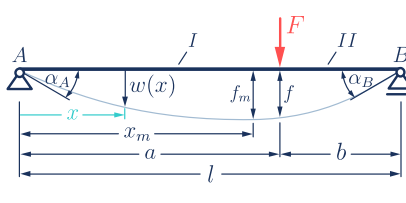
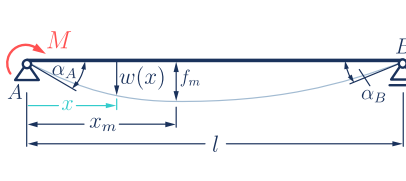
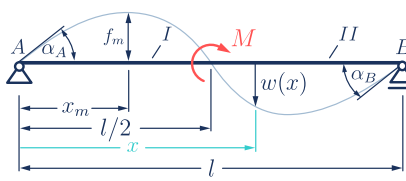
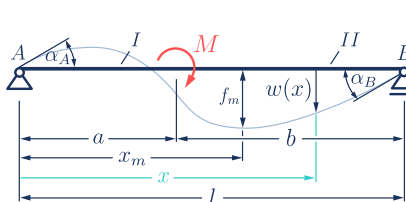
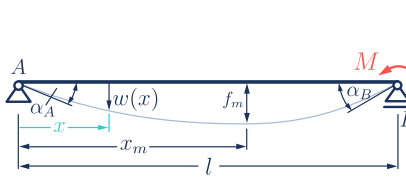
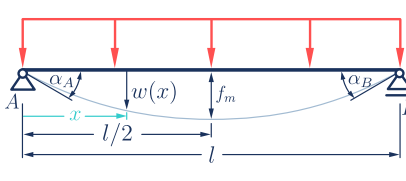
LOSLEGEN

ingtutor.de



www.ingtutor.de

Biegelinientafel für statisch bestimmte Systeme

Fall	Biegelinie	Absenkung	Biegewinkel
	$0 \leq x \leq l/2 :$ $w(x) = \frac{Fl^3}{48EI_y} \left[3\frac{x}{l} - 4\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$ $l/2 < x \leq l : \text{Symmetrie nutzen}$	$f_m = \frac{Fl^3}{48EI_y}$	$\alpha_A = \alpha_B = \frac{Fl^2}{16EI_y}$
	$0 \leq x \leq a :$ $w_I(x) = \frac{Fab^2}{6EI_y} \left[\left(1 + \frac{l}{b}\right) \frac{x}{l} - \frac{x^3}{abl} \right]$ $a < x \leq l :$ $w_{II}(x) = \frac{Fa^2b}{6EI_y} \left[\left(1 + \frac{l}{a}\right) \frac{l-x}{l} - \frac{(l-x)^3}{abl} \right]$	$f = \frac{Fa^2b^2}{3EI_y l}$ $a > b :$ $f_m = \frac{Fb\sqrt{(l^2 - b^2)^3}}{9\sqrt{3}EI_y l}$ $x_m = \sqrt{\frac{l^2 - b^2}{3}}$ $a < b :$ $f_m = \frac{Fa\sqrt{(l^2 - a^2)^3}}{9\sqrt{3}EI_y l}$ $x_m = l - \sqrt{\frac{l^2 - a^2}{3}}$	$\alpha_A = \frac{Fab(l+b)}{6EI_y l}$ $\alpha_B = \frac{Fab(l+a)}{6EI_y l}$
	$w(x) = \frac{Ml^2}{6EI_y} \left[2\frac{x}{l} - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$	$f_m = \frac{Ml^2}{9\sqrt{3}EI_y}$ $x_m = l - \frac{l}{\sqrt{3}}$ $w\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Ml^2}{16EI_y}$	$\alpha_A = \frac{Ml}{3EI_y}$ $\alpha_B = \frac{Ml}{6EI_y}$
	$0 \leq x \leq l/2 :$ $w_I = \frac{Ml^2}{24EI_y} \left[-\frac{x}{l} + 4\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$ $l/2 < x \leq l :$ $w_{II} = \frac{Ml^2}{24EI_y} \left[-3 + 11\frac{x}{l} - 12\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$	$f_{mI} = f_{mII} = \frac{Ml^2}{72\sqrt{3}EI_y}$ $x_{mI} = \frac{l}{2\sqrt{3}}$ $x_{mII} = l - x_{mI}$	$\alpha_A = \alpha_B = \frac{Ml}{24EI_y}$
	$C = \frac{Ml^2}{6EI_y}$ $0 \leq x \leq a :$ $w_I = C \left[\left(2 - 6\frac{a}{l} + 3\frac{a^2}{l^2}\right) \frac{x}{l} + \frac{x^3}{l^3} \right]$ $a < x \leq l :$ $w_{II} = -C \left[3\frac{a^2}{l^2} - \left(2 + 3\frac{a^2}{l^2}\right) \frac{x}{l} + 3\frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right]$	$a > b :$ $f_m = -w_I(x_m)$ $x_m = l\sqrt{\frac{2a}{l} - \frac{2}{3} - \frac{a^2}{l^2}}$ $a < b :$ $f_m = -w_{II}(x_m)$ $x_m = l - l\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{a^2}{l^2}}$	$\alpha_A = -\frac{C}{l} \left(2 - 6\frac{a}{l} + 3\frac{a^2}{l^2} \right)$ $\alpha_B = \frac{C}{l} \left(1 - 3\frac{a^2}{l^2} \right)$
	$w(x) = \frac{Ml^2}{6EI_y} \left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$	$f_m = \frac{Ml^2}{9\sqrt{3}EI_y}$ $x_m = \frac{l}{\sqrt{3}}$ $w\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{Ml^2}{16EI_y}$	$\alpha_A = \frac{Ml}{6EI_y}$ $\alpha_B = \frac{Ml}{3EI_y}$
	$w(x) = \frac{ql^4}{24EI_y} \left[\frac{x}{l} - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$	$f_m = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI_y}$	$\alpha_A = \alpha_B = \frac{ql^3}{24EI_y}$





Login

Fortschritt

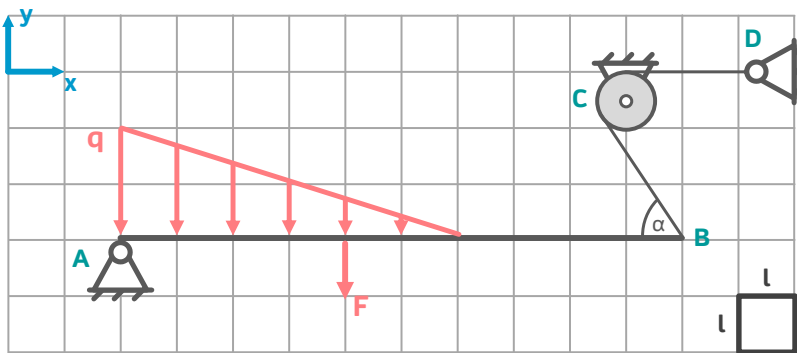
46%

IN BEARBEITUNG

Aufgabe 9

Eine kleine Fußgängerbrücke ist in Punkt A drehbar gelagert. In Punkt B wird die Brücke über ein Seil gehalten. Dieses Seil wird über eine Umlenkrolle, die in Punkt C drehbar gelagert ist, geführt und in Punkt D festgehalten. Um die Brücke anzuheben, kann das Seil in Punkt D eingezogen werden. Der Balken sei masselos, das Seil dehnstarr und ebenfalls masselos. Die Umlenkrolle ist reibungsfrei gelagert und der Radius der Rolle kann vernachlässigt werden.

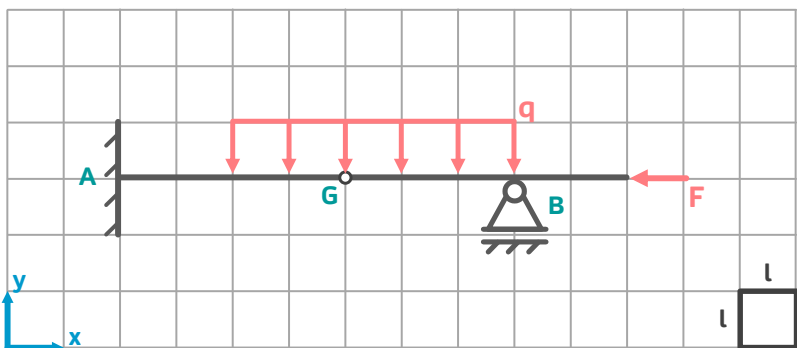
- Ist das System statisch bestimmt?
- Bestimme die Kraft im Seil.
- Bestimme die Lagerkräfte des Lagers A.
- Welche Kräfte wirken im Lager C und welche im Lager D?
- Die maximale Tragfähigkeit des Seils beträgt 2250 kg. Wie groß darf die Kraft F maximal sein, damit das Seil nicht reißt?



+ Lösung einblenden

Aufgabe 10

Das mehrteilige Tragwerk wird axial und quer belastet. Es sind die Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte zu ermitteln. Ist das System statisch bestimmt?



+ Lösung einblenden

ONLINEKURS

TECHNISCHE MECHANIK I

- ✓ gut strukturiert und aufgeteilt
- ✓ 45 Aufgaben zu allen TM1-Themen
- ✓ einfach vorgerechnet
- ✓ ausführliche step-by-step Lösungen
- ✓ 8 Zwischentests zu allen Kapiteln
- ✓ Abschlussklausur
- ✓ Theoriewissen
- ✓ kein Vorwissen nötig

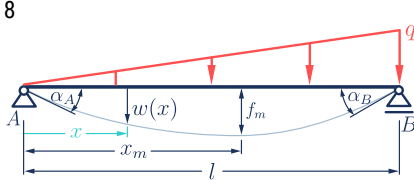
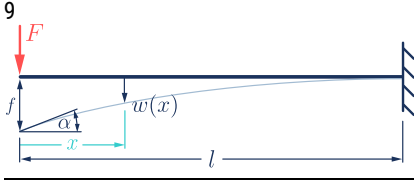
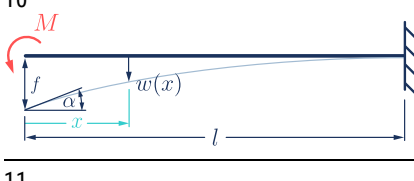
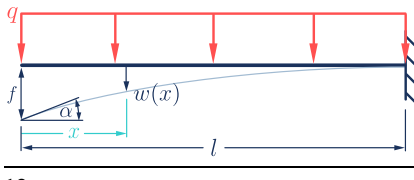
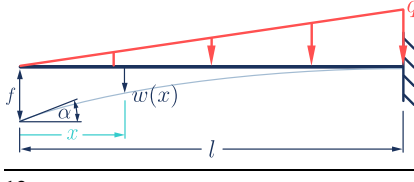
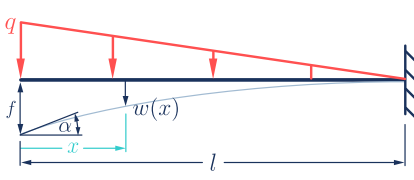
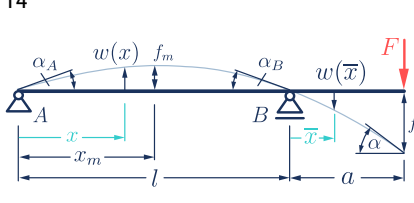
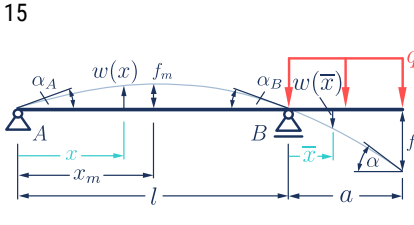


KLICK MICH

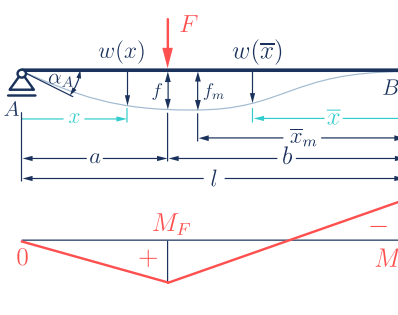
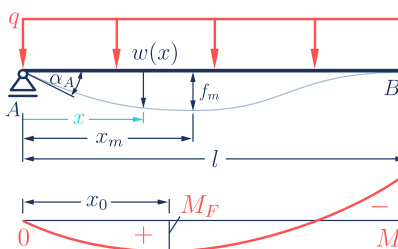
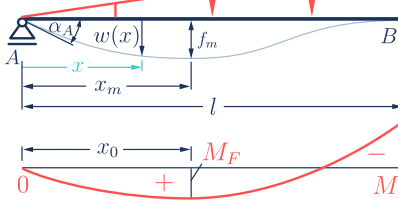
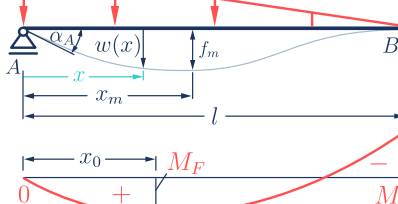
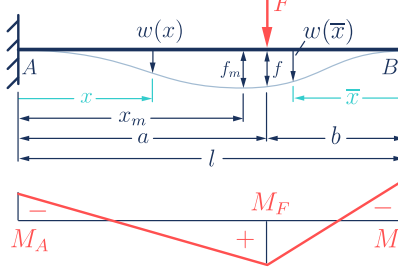
LOSLEGEN

ingtutor.de

Biegelinientafel für statisch bestimmte Systeme (Fortsetzung)

Fall	Biegelinie	Absenkung	Biegewinkel
	$w(x) = \frac{ql^4}{360EI_y} \left[7\frac{x}{l} - 10\left(\frac{x}{l}\right)^3 + 3\left(\frac{x}{l}\right)^5 \right]$	$f_m = \frac{ql^4}{360EI_y} \cdot 2,345$ $x_m = 0,519l$	$\alpha_A = \frac{7ql^3}{360EI_y}$ $\alpha_B = \frac{8ql^3}{360EI_y}$
	$w(x) = \frac{Fl^3}{6EI_y} \left[2 - 3\frac{x}{l} + \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$	$f = \frac{Fl^3}{3EI_y}$	$\alpha = \frac{Fl^2}{2EI_y}$
	$w(x) = \frac{Ml^2}{2EI_y} \left[1 - 2\frac{x}{l} + \left(\frac{x}{l}\right)^2 \right]$	$f = \frac{Ml^2}{2EI_y}$	$\alpha = \frac{Ml}{EI_y}$
	$w(x) = \frac{ql^4}{24EI_y} \left[3 - 4\frac{x}{l} + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$	$f = \frac{ql^4}{8EI_y}$	$\alpha = \frac{ql^3}{6EI_y}$
	$w(x) = \frac{ql^4}{120EI_y} \left[4 - 5\frac{x}{l} + \left(\frac{x}{l}\right)^5 \right]$	$f = \frac{ql^4}{30EI_y}$	$\alpha = \frac{ql^3}{24EI_y}$
	$w = \frac{ql^4}{120EI_y} \left[11 - 15\frac{x}{l} + 5\left(\frac{x}{l}\right)^4 - \left(\frac{x}{l}\right)^5 \right]$	$f = \frac{11ql^4}{120EI_y}$	$\alpha = \frac{ql^3}{8EI_y}$
	$0 \leq x \leq l :$ $w(x) = -\frac{Fal^2}{6EI_y} \left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$ $0 \leq \bar{x} \leq a :$ $w(\bar{x}) = \frac{Fa^3}{6EI_y} \left[2\frac{l\bar{x}}{a^2} + 3\left(\frac{\bar{x}}{a}\right)^2 - \left(\frac{\bar{x}}{a}\right)^3 \right]$	$f_m = \frac{Fal^2}{9\sqrt{3}EI_y}$ $x_m = \frac{l}{\sqrt{3}}$ $f = \frac{Fa^2(l+a)}{3EI_y}$	$\alpha_A = \frac{Fal}{6EI_y}$ $\alpha_B = \frac{Fal}{3EI_y}$ $\alpha = \frac{Fa(2l+3a)}{6EI_y}$
	$0 \leq x \leq l :$ $w(x) = -\frac{qa^2l^2}{12EI_y} \left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$ $0 \leq \bar{x} \leq a :$ $w(\bar{x}) = \frac{qa^4}{24EI_y} \left[4\frac{l\bar{x}}{a^2} + 6\frac{\bar{x}^2}{a^2} - 4\frac{\bar{x}^3}{a^3} + \frac{\bar{x}^4}{a^4} \right]$	$f_m = \frac{qa^2l^2}{18\sqrt{3}EI_y}$ $x_m = \frac{l}{\sqrt{3}}$ $f = \frac{qa^3(4l+3a)}{24EI_y}$	$\alpha_A = \frac{qa^2l}{12EI_y}$ $\alpha_B = \frac{qa^2l}{6EI_y}$ $\alpha = \frac{qa^2(l+a)}{6EI_y}$

Biegelinientafel für statisch überbestimmte Systeme

Fall + Momentenlinie	Biegelinie + Winkel	Absenkung	Lagerreaktionen
16 	$0 \leq x \leq a :$ $w(x) = \frac{F b l^2}{4 E I_y} \left[\frac{a x}{l^2} - \frac{2}{3} \left(1 + \frac{a}{2l} \right) \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]$ $0 \leq \bar{x} \leq b :$ $w = \frac{F l^2 a}{4 E I_y} \left[\left(1 - \frac{a^2}{l^2} \right) \frac{\bar{x}^2}{l^2} - \left(1 - \frac{a^2}{3l^2} \right) \frac{\bar{x}^3}{l^3} \right]$ $\alpha_A = \frac{F a b^2}{4 E I_y l}$	$f = \frac{F a^2 b^3}{4 E I_y l^2} \left(1 + \frac{a}{3l} \right)$ $a \leq 0,414l :$ $f_m = w(\bar{x}_m)$ $\bar{x}_m = \frac{b(1+l/a)}{1+3b/2a+b/2l}$ $a \geq 0,414l :$ $f_m = w(x_m)$ $x_m = l \sqrt{\frac{a/2l}{1+a/2l}}$	$F_A = F \left(\frac{b}{l} \right)^2 \left(1 + \frac{a}{2l} \right)$ $F_B = F \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(1 + \frac{b}{2l} + \frac{3b}{2a} \right)$ $M_B = -F \left(\frac{a b}{l} \right) \left(1 - \frac{b}{2l} \right)$ $M_F = F \frac{a b^2}{l^2} \left(1 + \frac{a}{2l} \right)$
17 	$w(x) = \frac{q l^4}{48 E I_y} \left[\frac{x}{l} - 3 \left(\frac{x}{l} \right)^3 + 2 \left(\frac{x}{l} \right)^4 \right]$ $\alpha_A = \frac{q l^3}{48 E I_y}$	$f_m = \frac{q l^4}{185 E I_y}$ $x_m = 0,4215 l$	$F_A = \frac{3}{8} q l$ $F_B = \frac{5}{8} q l$ $M_B = -\frac{1}{8} q l^2$ $M_F = \frac{9}{128} q l^2$ $x_0 = \frac{3}{8} l$
18 	$w(x) = \frac{q l^4}{120 E I_y} \left[\frac{x}{l} - 2 \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \left(\frac{x}{l} \right)^5 \right]$ $\alpha_A = \frac{q l^3}{120 E I_y}$	$f_m = \frac{q l^4}{419 E I_y}$ $x_m = \frac{l}{\sqrt{5}}$	$F_A = \frac{q l}{10}$ $F_B = \frac{4}{10} q l$ $M_B = -\frac{q l^2}{15}$ $M_F = 0,0298 q l^2$ $x_0 = x_m = \frac{l}{\sqrt{5}}$
19 	$w = \frac{q l^4}{240 E I_y} \left[3 \frac{x}{l} - 11 \frac{x^3}{l^3} + 10 \frac{x^4}{l^4} - 2 \frac{x^5}{l^5} \right]$ $\alpha_A = \frac{q l^3}{80 E I_y}$	$f_m = \frac{q l^4}{328 E I_y}$ $x_m = 0,4025 l$	$F_A = \frac{11}{40} q l$ $F_B = \frac{9}{40} q l$ $M_B = -\frac{7}{120} q l^2$ $M_F = 0,0423 q l^2$ $x_0 = 0,329 l$
20 	$0 \leq x \leq a :$ $w(x) = \frac{F b l^2}{6 E I_y} \left[3 \frac{a}{l} \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \left(1 + \frac{2a}{l} \right) \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]$ $0 \leq \bar{x} \leq b :$ $w(\bar{x}) = \frac{F l a^2}{6 E I_y} \left[3 \frac{b}{l} \left(\frac{\bar{x}}{l} \right)^2 - \left(1 + \frac{2b}{l} \right) \left(\frac{\bar{x}}{l} \right)^3 \right]$	$f = \frac{F a^3 b^3}{3 E I_y l^3}$ $a > b :$ $f_m = \frac{2 F a^3 b^2}{3 E I_y l^2} \left(\frac{1}{1+2a/l} \right)^2$ $x_m = \frac{l}{1+l/2a}$ $a < b :$ $f_m = \frac{2 F a^2 b^3}{3 E I_y l^2} \left(\frac{1}{1+2b/l} \right)^2$ $x_m = \frac{l}{1+l/2a}$	$F_A = F \left(\frac{b}{l} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{a}{l} \right)$ $F_B = F \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{b}{l} \right)$ $M_A = -F a \left(\frac{b}{l} \right)^2$ $M_B = -F b \left(\frac{a}{l} \right)^2$ $M_F = 2 F l \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(\frac{b}{l} \right)^2$



Login

Fortschritt

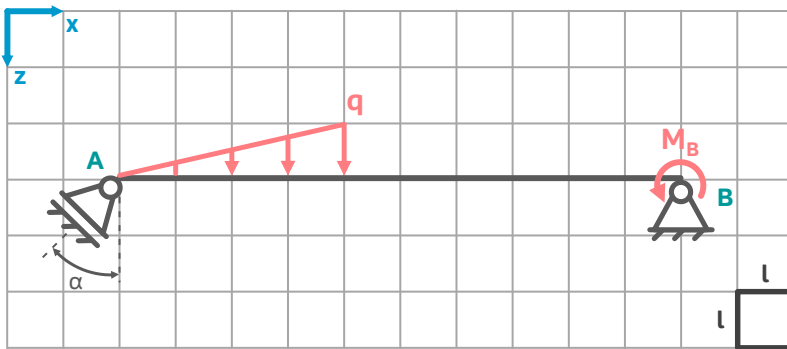
26%

IN BEARBEITUNG

Aufgabe 8

Gegeben ist ein Balken mit Fest-Los-Lagerung, der durch eine Dreieckslast und an seinem rechten Ende durch ein Einzelmoment belastet wird.

- Bestimme die Lagerkräfte.
- Bestimme die Schnittgrößen
- Bestimme das maximale Moment und die zugehörige Stelle.
- Zeichne die Schnittgrößenverläufe.



$$q = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}, \quad M_B = 30 \text{ kNm}, \quad l = 1 \text{ m}, \quad \alpha = 45^\circ$$

— Lösung:

ONLINEKURS

TECHNISCHE MECHANIK I

- ✓ Bis ins Detail vorgerechnet
- ✓ Alle wichtigen Sonderfälle und Fettnäpfchen abgedeckt
- ✓ Lerntempo selbst bestimmen
- ✓ Einfach gehaltene Lösungsvideos und Theorievideos
- ✓ Ohne Vorwissen einsteigen
- ✓ Keine bösen Überraschungen in der Klausur



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de

Biegelinientafel für statisch überbestimmte Systeme (Fortsetzung)

Fall + Momentenlinie	Biegelinie + Winkel	Absenkung	Lagerreaktionen
	$w(x) = \frac{ql^4}{24EI_y} \left[\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)^4 \right]$	$f = \frac{ql^4}{384EI_y}$	$F_A = F_B = \frac{1}{2} ql$ $M_A = M_B = -\frac{1}{12} ql^2$ $M_F = \frac{1}{24} ql^2$
	$w = \frac{ql^4}{120EI_y} \left[2\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^3 + \left(\frac{x}{l}\right)^5 \right]$	$f_m = \frac{ql^4}{764EI_y}$ $x_m = 0,525 l$	$F_A = \frac{3}{20} ql$ $F_B = \frac{7}{20} ql$ $M_A = -\frac{ql^2}{30}$ $M_B = -\frac{ql^2}{20}$ $M_F = 0,0214 ql^2$ $x_0 = l\sqrt{\frac{3}{10}} = 0,548 l$
	$w(x) = \frac{Fl^3}{12EI_y} \left[3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right]$	$f = \frac{Fl^3}{12EI_y}$	$F_A = F$ $F_B = 0$ $M_A = -\frac{Fl}{2}$ $M_B = \frac{Fl}{2}$

Überlagerung, Superpositionsprinzip

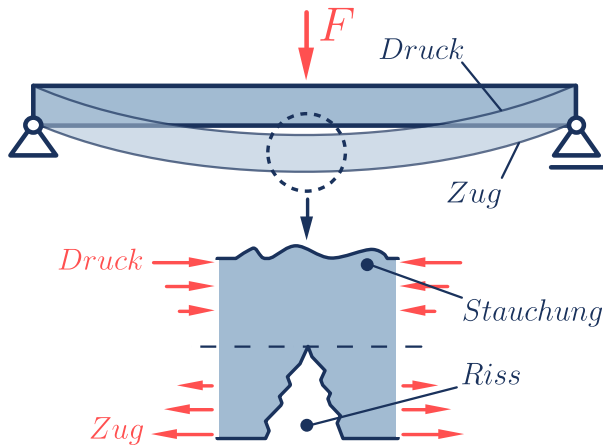
Liegt ein Lastfall vor, der sich aus einer Kombination von Lastfällen aus der Biegelinientafel rekonstruieren lässt, dann kann man die Gesamt-Biegelinie durch das reine Addieren der Biegelinien von den zugehörigen Lastfällen ermitteln:

$$w_{ges}(x) = w_1(x) + w_2(x)$$

Das sog. Superpositionsprinzip lässt sich auch auf Lagerreaktionen, Schnittgrößen und auf Biegewinkel anwenden: Durch das reine Addieren der zugehörigen Größen der Einzelsysteme lässt sich die entsprechende Größe für das Gesamt-System ermitteln.

Biegenormalspannung

Biegung verursacht im Balkenquerschnitt eine Normalspannung, also eine senkrecht auf dem Querschnitt stehende Spannung. Es treten dabei stets Zug- und Druckspannungen gleichzeitig auf.



Ersetzt man den Balken durch einen Radiergummi, dann erkennt man gut, dass bei der abgebildeten Belastung die Oberseite des Balkens gestaucht wird, während die Unterseite gedehnt oder gar gerissen wird.

Die Biegespannung ist linear über die Höhe des Querschnitts (z-Koordinate) verteilt:

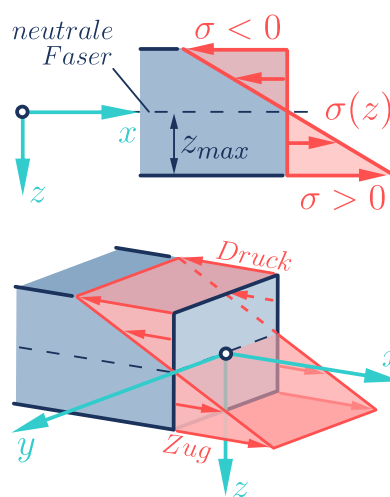
$$\sigma(z) = \frac{M}{I_y} z$$

Die maximale Spannung tritt am Rand auf:

$$\sigma_{max} = \frac{M}{I_y} z_{max}$$

Alternativ über das Widerstandsmoment:

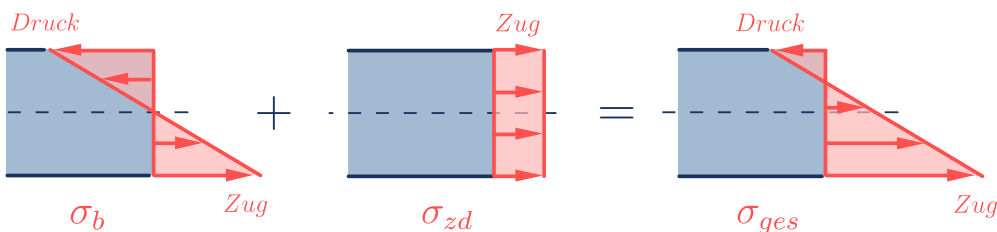
$$\sigma_{max} = \frac{M}{W_y}$$



Wirken zusätzlich durch Zug- oder Druckkräfte verursachte Normalspannungen, dann werden diese nach dem Überlagungsprinzip dazuaddiert:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I_y} z$$

Eine zusätzliche Zugkraft verstärkt damit die Zug- und reduziert die Druckspannung.



ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Zwischentest (Schnittgrößen)

Zeitlimit: 00:15:39

Fragen: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Schnittgrößen (Teil 6)

Gegeben ist ein fest-losgelagerter Balken, der durch eine konstante Streckenlast und durch eine Einzellast belastet wird. Außerdem sind 4 Momentenverläufe für den gesamten Balken vorgegeben. Kreuze den richtigen Momentenverlauf an.

1 2 3 4

☐ 1 ☐ 2

☐ 3 ☐ 4

☐ Der zugehörige Momentenverlauf ist nicht mit dabei

[zurück](#) [weiter](#)

- ✓ 8 Zwischentests
- ✓ Abschlussklausur
- ✓ Reale Testbedingungen
- ✓ Tests nach jedem Kapitel



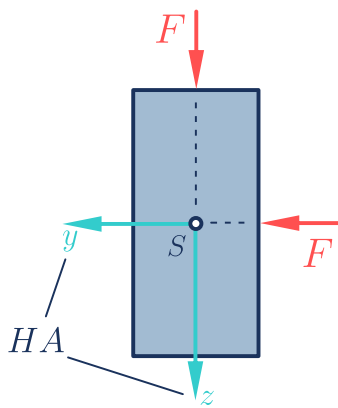
LOSLEGEN

ingtutor.de

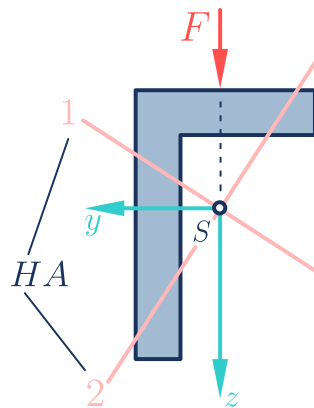


Schiefe Biegung

Schiefe oder zweiachsige Biegung liegt vor, wenn es beim Balken zur Durchbiegung in z- und in y-Richtung kommt. Es gibt zwei Möglichkeiten, wie es dazu kommen kann:



Fall 1: Es wirken Kräfte in Richtung der Hauptachsen (HA) bzw. es wirken Momente um die Richtungen der HA. Die Durchbiegungen in y- und z-Richtung sind unabhängig voneinander.



Fall 2: Die Last wirkt nicht in Richtung der HA. Dadurch kommt es „automatisch“ zu Durchsenkungen in beiden Richtungen der HA. Die Durchbiegungen sind nicht unabhängig voneinander.

Biegelinien-Differentialgleichung bei schiefer Biegung

Durchbiegung in z-Richtung:

$$Ew'' = \frac{-M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2}$$

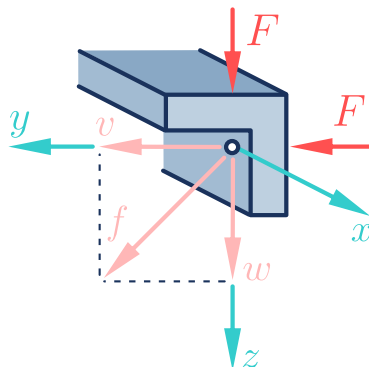
Durchbiegung in y-Richtung:

$$Ev'' = \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2}$$

Für den Sonderfall $I_{yz} = 0$ (Fall 1) gilt:

$$EI_y w'' = -M_y$$

$$EI_z v'' = M_z$$

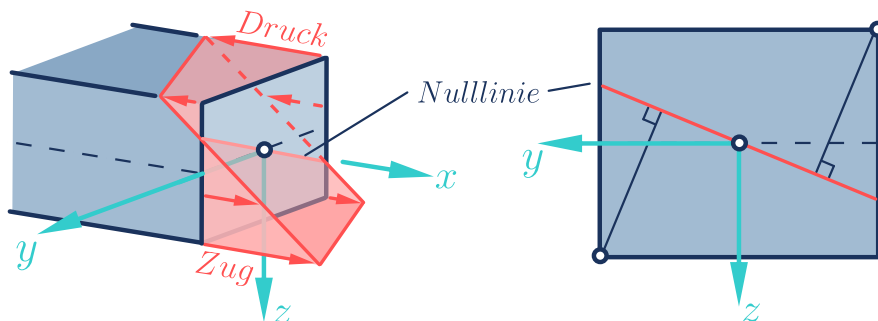


$$f = \sqrt{w^2 + v^2}$$

Biegenormalspannung und Spannungsnulllinie

Bei schiefer Biegung ist die Biegespannung linear über y und z verteilt. Damit ergibt sich eine Ebenengleichung:

$$\sigma(y, z) = \frac{[M_y I_z - M_z I_{yz}]z - [M_z I_y - M_y I_{yz}]y}{I_y I_z - I_{yz}^2}$$



Dort wo die Spannungsebene die y - z -Ebene schneidet, entsteht die Nulllinie der Spannung. Auf dieser Geraden ist $\sigma = 0$. Setzt man für die obige Spannung null ein und stellt nach z um, erhält man die Gleichung der Nulllinie:

$$z = \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{M_y I_z - M_z I_{yz}} y$$

Die im Querschnitt am weitesten entfernten Punkte von der Nulllinie liefern die maximale Biegespannung (senkrechter Abstand zur Nulllinie).

Für den Sonderfall $I_{yz} = 0$ (Fall 1) vereinfachen sich die Gleichungen zu:

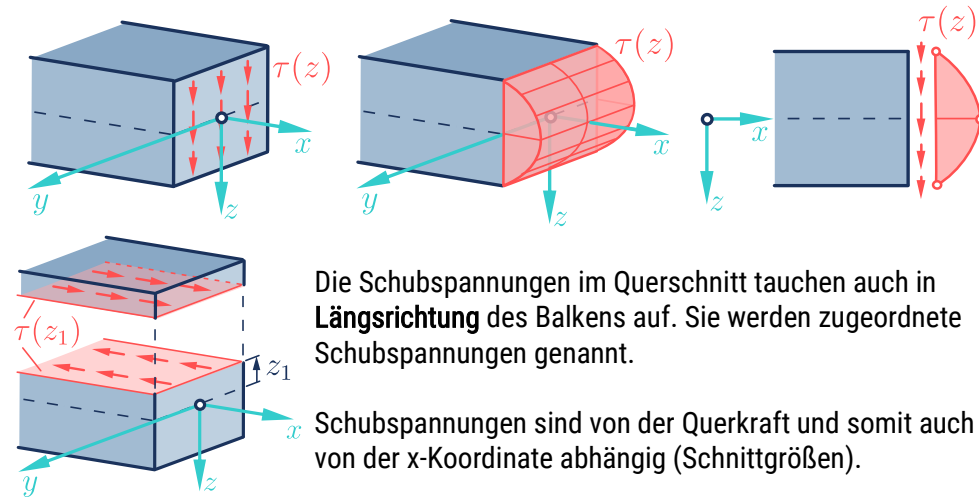
$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y$$

$$z = \frac{M_z I_y}{M_y I_z} y$$

Hinweis: Wirken zusätzlich Zug- oder Druckspannungen, dann werden sie nach dem [Überlagerungsprinzip](#) zur Biegespannung addiert. Die Spannungsnulllinie ist dann für den Einzelfall aus dem Ansatz $\sigma = 0$ zu ermitteln.

Schubspannung infolge Querkraft (Querkraftschub)

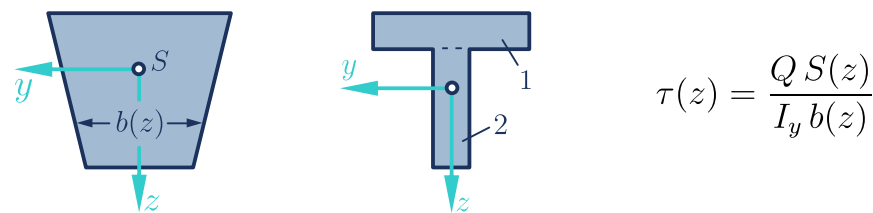
Querkräfte verursachen im Balkeninneren Schubspannungen. Sie sind über die Höhe des Querschnitts veränderlich.



Schubspannung

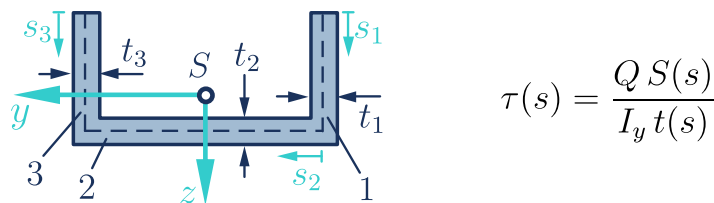
Bei allgemeinen Querschnitten

Bei Querschnitten mit veränderlicher Breite ist die Funktion der Breite zu ermitteln. Für Querschnitte mit sprunghafter Änderung der Breite muss eine Unterteilung erfolgen – die Schubspannung wird dann für jede Teilfläche einzeln berechnet.



Dünnwandige offene Querschnitte

Bei dünnwandigen Querschnitten wird eine Koordinate s eingeführt, die entlang der Profilmittellinien der einzelnen Teilflächen zeigt. Die Schubspannung wird für jeden Abschnitt einzeln berechnet.



ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Fortschritt 46% [IN BEARBEITUNG](#)

Aufgabe 9

Eine kleine Fußgängerbrücke ist in Punkt A drehbar gelagert. In Punkt B wird die Brücke über ein Seil gehalten. Dieses Seil wird über eine Umlenkrolle, die in Punkt C drehbar gelagert ist, geführt und in Punkt D festgehalten. Um die Brücke anzuheben, kann das Seil in Punkt D eingezogen werden. Der Balken sei masselos, das Seil dehnstarr und ebenfalls masselos. Die Umlenkrolle ist reibungsfrei gelagert und der Radius der Rolle kann vernachlässigt werden.

- Ist das System statisch bestimmt?
- Bestimme die Kraft im Seil.
- Bestimme die Lagerkräfte des Lagers A.
- Welche Kräfte wirken im Lager C und welche im Lager D?
- Die maximale Tragfähigkeit des Seils beträgt 2250 kg. Wie groß darf die Kraft F maximal sein, damit das Seil nicht reißt?

+ Lösung einblenden

Aufgabe 10

Das mehrteilige Tragwerk wird axial und quer belastet. Es sind die Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte zu ermitteln. Ist das System statisch bestimmt?

+ Lösung einblenden

- ✓ kein Vorwissen nötig
- ✓ einfach erklärt
- ✓ ausführliche Lösungen
- ✓ Erklärungen bis ins Detail



KLICK MICH

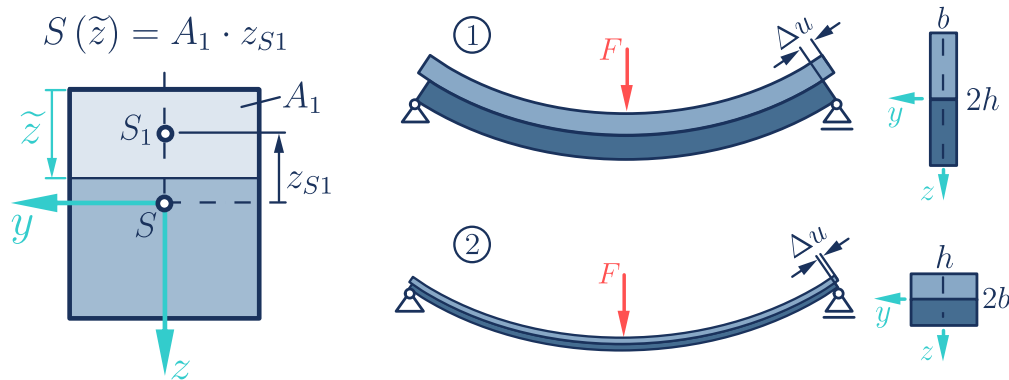
LOSLEGEN

ingtutor.de



Statisches Moment

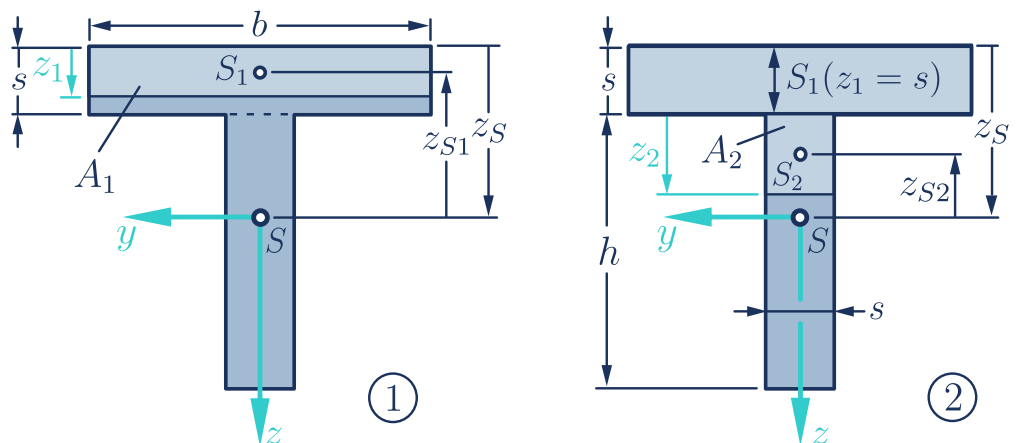
Das statische Moment (SM) ist ein geometrischer Kennwert des Querschnitts. Er ist das Produkt aus dem Flächeninhalt einer Teilfläche und dem Abstand dieser Fläche vom Gesamtschwerpunkt (linke Abb.):



Balken mit großem SM leiden unter höherem Schub. Das ist in 1 gut erkennbar, wo die Schubwirkung für eine große Verschiebung Δu am Balkenende sorgt. In 2 ist das SM kleiner - daher ist auch die Verschiebung kleiner. Zur Erinnerung: Die Schubspannung wirkt auch in Längsrichtung des Balkens ([zugeordnete Schubspannung](#)).

Allgemeine Querschnitte:

Bei zusammengesetzten Querschnitten muss das SM für jeden Abschnitt wie folgt einzeln ermittelt werden:



Intervall: $0 \leq z_1 \leq s$

Fläche: $A_1 = z_1 \cdot b$

Abstand: $z_{S1} = -z_S + z_1/2$

SM: $S_1(z_1) = A_1 \cdot z_{S1}$

Intervall: $0 \leq z_2 \leq h$

Fläche: $A_2 = z_2 \cdot s$

Abstand: $z_{S2} = -z_S + s + z_2/2$

SM: $S_2(z_2) = A_2 \cdot z_{S2} + S_1(z_1 = s)$

- 1) Die Lage des Gesamtschwerpunkts muss bekannt sein.
- 2) Dieselben Intervalle und dieselbe Aufteilung müssen auch für die Schubspannungen verwendet werden.
- 3) Es ist auf das korrekte VZ bei den Abständen zu achten.
- 4) Symmetrien dürfen genutzt werden (z.B. beim Doppel-T-Träger).

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Fortschritt 72% [IN BEARBEITUNG](#)

Aufgabe2
Für das gegebene Fachwerk sind alle Stabkräfte zu ermitteln.

+ Lösung einblenden

Aufgabe3
Das ebene Fachwerk, bestehend aus 13 Stäben und 8 Knoten, ist festlos-gelagert und wird durch vier Kräfte wie abgebildet belastet.

- Bestimme die Lagerkräfte.
- Prüfe die statische Bestimmtheit des Fachwerks.
- Identifiziere alle offensichtlich Nullstäbe.
- Bestimme die Stabkräfte des Stabes 9.
- Bestimme die Stabkräfte der Stäbe 1-6.

+ Lösung einblenden

- ✓ 45 Aufgaben
- ✓ Ausführlich vorgerechnet
- ✓ Step-by-step erklärt
- ✓ Wie im Tutorium



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de

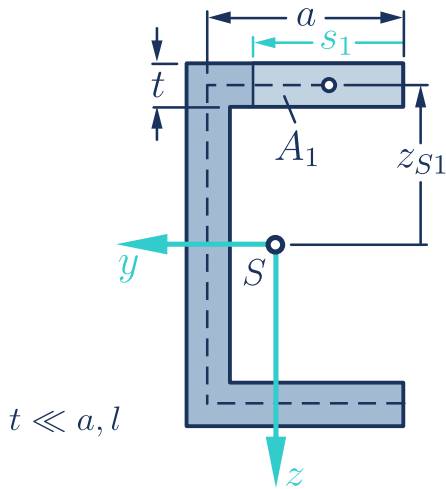


www.ingtutor.de

Statisches Moment (Fortsetzung)

Dünnwandige offene Querschnitte:

Bei zusammengesetzten dünnwandigen offenen Querschnitten muss das SM für jeden Abschnitt wie folgt einzeln ermittelt werden:

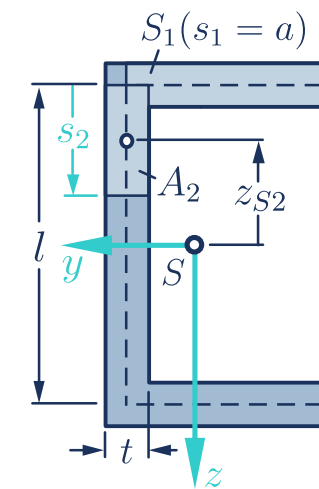


Intervall: $0 \leq s_1 \leq a$

Fläche: $A_1 = s_1 \cdot t$

Abstand: $z_{S1} = -l/2$

SM: $S_1(s_1) = A_1 \cdot z_{S1}$



Intervall: $0 \leq s_2 \leq l$

Fläche: $A_2 = s_2 \cdot t$

Abstand: $z_{S2} = -l/2 + s_2/2$

SM: $S_2(s_2) = A_2 \cdot z_{S2} + S_1(s_1 = a)$

- 1) Die Lage des Gesamtschwerpunkts muss bekannt sein.
- 2) Dieselben Intervalle und dieselbe Aufteilung müssen auch für die Schubspannungen verwendet werden.
- 3) Bei dünnwandigen Querschnitten wird für jeden Abschnitt eine Laufkoordinate s eingeführt, die entlang der Profilmittellinie geht.
- 4) Es ist auf das korrekte VZ bei den Abständen zu achten.
- 5) Symmetrien nutzen: Für den dritten Bereich kann das SM des ersten Bereichs genutzt werden.
- 6) Am Übergang kommt es zu einer Überschneidung: Das grüne Quadrat wird doppelt gezählt, das rote dafür gar nicht. Bei dünnwandigen Querschnitten kann das vernachlässigt werden.



ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Login

Technische Mechanik 1

Fortschritt 39% IN BEARBEITUNG

Kursinhalte

▼ alles ausklappen

- ☒ Grundbegriffe
6 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Zentrales Kräftesystem
5 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Allgemeines Kräftesystem
4 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Schwerpunkte
4 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Lagerreaktionen
6 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Fachwerke
6 Themen | 1 Test ausklappen
- ☒ Schnittgrößen
5 Themen | 1 Test ausklappen
- ☐ Haftung und Reibung
2 Themen | 1 Test ausklappen
- Klausur

- ✓ 8 Kapitel
- ✓ 8 Zwischentests
- ✓ Abschlussklausur
- ✓ Theorie und Übungsaufgaben



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de





Login

Zwischentest (Schnittgrößen)

Zeitlimit: 00:15:39

Fragen:

1

2

3

4

5

6

7

8

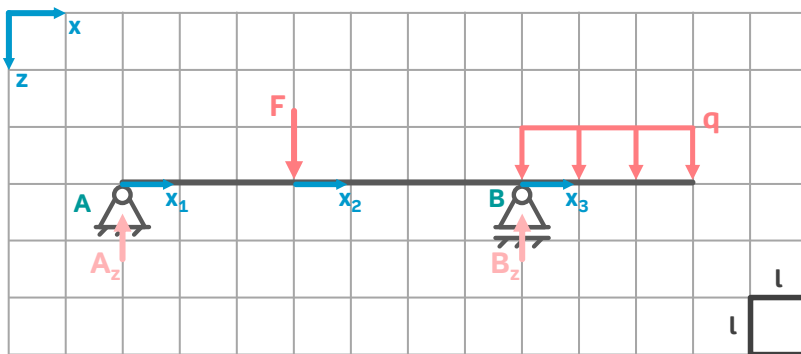
9

10

11

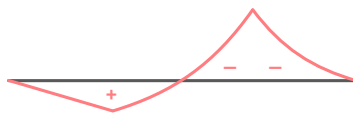
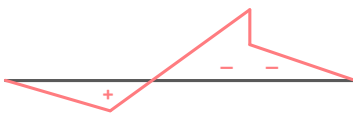
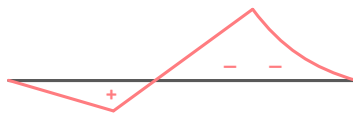
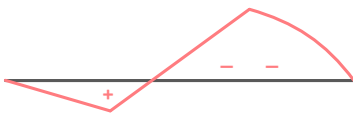
Schnittgrößen (Teil 6)

Gegeben ist ein fest-losgelagerter Balken, der durch eine konstante Streckenlast und durch eine Einzellast belastet wird. Außerdem sind 4 Momentenverläufe für den gesamten Balken vorgegeben. Kreuze den richtigen Momentenverlauf an.



1

2



3

4

☐ 1

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ Der zugehörige Momentenverlauf ist nicht mit dabei.

< zurück

> weiter

ONLINEKURS

TECHNISCHE MECHANIK I

- ✓ Tests nach jedem Kapitel
- ✓ Zeitlimit und reale Bedingungen
- ✓ Rechenaufgaben und Theoriefragen
- ✓ Automatisierte Auswertung
- ✓ Lösungshinweise und Ergebnisse nach Abgabe
- ✓ Abschließende Klausur nach Fertigstellung aller Kapitel



KLICK MICH

LOSLEGEN

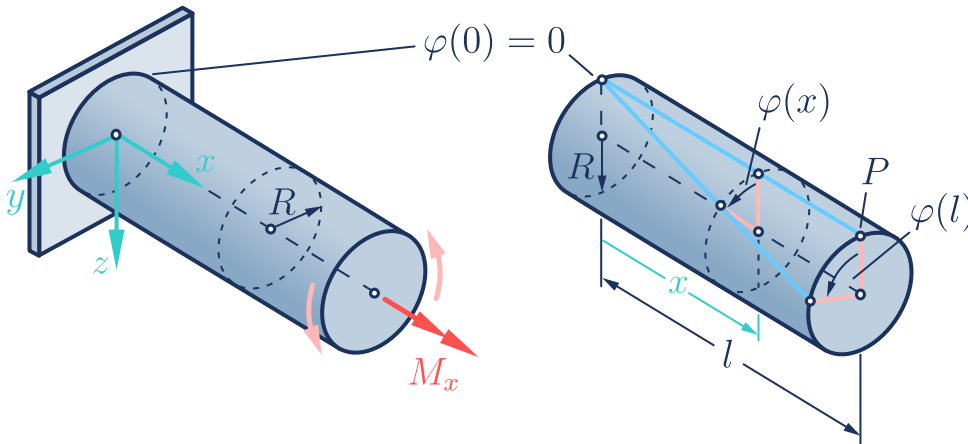
ingtutor.de

Torsion

Torsion liegt vor, wenn ein Drehmoment um die Längsachse eines Balkens wirkt und ihn dadurch verdreht bzw. tordiert. Drehmomente, die um Längsachsen wirken, werden Torsionsmomente genannt.

Verdrehwinkel

Die wichtigste Kenngröße für die Verformung bei Torsion ist die Verdrehung der Querschnitte gegenüber dem unverformtem Zustand.



Der abgebildete Stab ist in der Wand fest eingespannt und kann sich deswegen dort nicht verdrehen. Am freien Ende ist die Verdrehung maximal: Der Punkt P wandert in Lastrichtung um den Verdrehwinkel an dieser Stelle.

$$\varphi'(x) = \frac{M_T}{GI_T}$$

- 1) M_T ist dabei mit richtigem Vorzeichen aus den Schnittgrößen einzusetzen.
- 2) Bei Balken mit mehreren Bereichen muss der Verdrehwinkel für jeden Bereich einzeln integriert werden (inkl. Rand- und Übergangsbedingungen).
- 3) Der Verdrehwinkel wird in *RAD* berechnet.
- 4) Für den oben gezeigten Sonderfall (einseitige Einspannung) beträgt der maximale Verdrehwinkel:

$$\varphi(x = l) = \frac{M_T l}{GI_T}$$

ONLINEKURS

TECHNISCHE MECHANIK I

✓ Relevant für TM2

Zentrales Kräftesystem

5 Themen | 1 Test

Schwerpunkte

4 Themen | 1 Test

Lagerreaktionen

6 Themen | 1 Test

Fachwerke

6 Themen | 1 Test

Schnittgrößen

5 Themen | 1 Test

- ✓ Grundlagen beherrschen
- ✓ Ideal vorbereitet zum Einstieg in TM2
- ✓ Wissenslücken schließen



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de



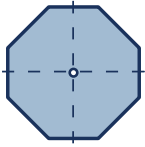
Schubspannung infolge Torsion

Maximale Schubspannung (für alle Querschnitte)

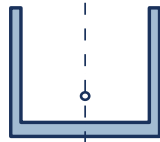
Die maximale Schubspannung tritt i.d.R. am äußeren Rand des Querschnitts auf und kann mithilfe des Torsionswiderstandsmoments W_T bestimmt werden:

$$\tau_{max} = \frac{M_T}{W_T}$$

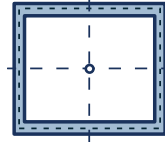
Gilt für:



Allgemeine Voll- und Hohlprofile



Dünnwandige offene Profile

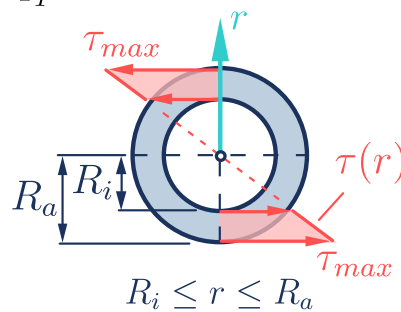
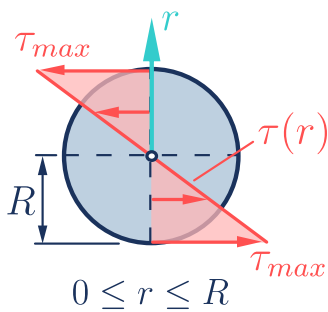


Dünnwandige geschlossene Profile

Schubspannung bei runden Querschnitten

Bei kreisförmigen Querschnitten ist die Schubspannung linear über den Radius verteilt und kann mit dem Torsionsträgheitsmoment I_T bestimmt werden:

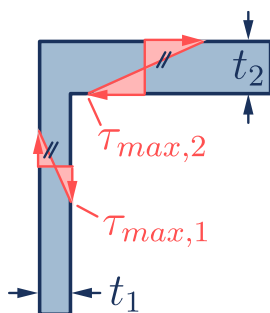
$$\tau(r) = \frac{M_T}{I_T} r$$



Hinweis: Die Torsionsspannung ist nicht bei allen Querschnitten linear verteilt.

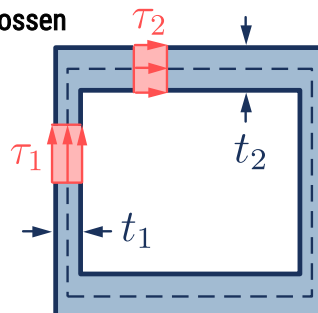
Schubspannung bei dünnwandigen Querschnitten

offen



Die Schubspannung ist linear über die Wanddicke verteilt. Daher: **Größte Schubspannung im Abschnitt mit der größten Wanddicke**, weil die Spannung mehr Material hat, um sich auszubreiten. Die linearen Verläufe der Schubspannungen haben in jedem Abschnitt denselben Anstieg.

geschlossen

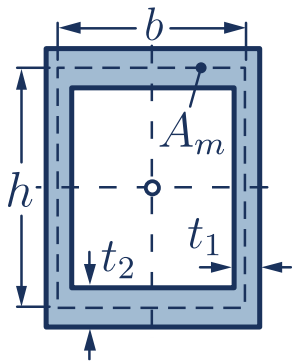


Die „Schubkraft“ ist in jedem Abschnitt gleich groß und die Schubspannungen sind in jedem Abschnitt konstant über die Wanddicke verteilt. Daher: **Größte Schubspannung im Abschnitt mit der kleinsten Wanddicke**, weil sich dort die Last auf eine kleine „Fläche“ verteilt. Es gilt:

$$\tau_1 t_1 = \tau_2 t_2$$

Torsionswiderstandsmomente und -flächenträgheitsmomente

Dünnwandige geschlossene Profile



$$I_T = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{ds}{t}} = \frac{4A_m^2}{\frac{l_1}{t_1} + \frac{l_2}{t_2} + \dots}$$

$$W_T = 2 A_m t_{min}$$

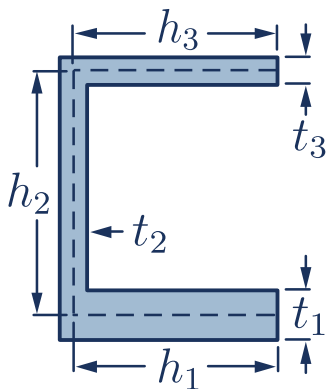
Dabei ist A_m die von der Profilmittellinie umschlossene Fläche.

Für den abgebildeten Kastenquerschnitt mit $t_1 < t_2$ gilt:

$$I_T = \frac{4(bh)^2}{2 \frac{h}{t_1} + 2 \frac{b}{t_2}}$$

$$W_T = 2 (bh) t_1$$

Dünnwandige offene Profile



Dünnwandige offene Profile bestehen abschnittsweise aus einzelnen rechteckigen Streifen.

$$I_T \approx \frac{1}{3} \sum h_i t_i^3 = \frac{1}{3} (h_1 t_1^3 + h_2 t_2^3 + \dots)$$

$$W_T \approx \frac{1}{3} \frac{\sum h_i t_i^3}{t_{max}} = \frac{I_T}{t_{max}}$$

Gekrümmte Profile (z.B. dünnwandiges geschlitztes Rohr) werden zu einem geraden Streifen abgewickelt.

Für den abgebildeten Querschnitt mit $t_{max} = t_1$ gilt:

$$I_T \approx \frac{1}{3} (h_1 t_1^3 + h_2 t_2^3 + h_3 t_3^3)$$

$$W_T \approx \frac{h_1 t_1^3 + h_2 t_2^3 + h_3 t_3^3}{3 t_1}$$

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

[Login](#)

Lagerreaktionen

6 Themen | 1 Test

[zuklappen](#)

Kapitelinhalt 55% abgeschlossen

- ☒ Lagerarten + Theorie
- ☒ Statische Bestimmtheit
- ☒ Lagerkräfte berechnen
- ☐ Zusammenfassung
- ☐ Übungsaufgaben
- ☐ Zwischentest (Lagerkräfte)

Fachwerke

5 Themen | 1 Test

[zuklappen](#)

Kapitelinhalt 32% abgeschlossen

- ☒ Statische Bestimmtheit eines Fachwerks
- ☒ Nullstäbe erkennen
- ☐ Ritterschnitt
- ☐ Knotenschnitt
- ☐ Übungsaufgaben
- ☐ Zwischentest (Fachwerke)

Schnittgrößen

5 Themen | 1 Test

[zuklappen](#)

Kapitelinhalt 24% abgeschlossen

- ☒ Grundbegriffe der Schnittgrößen
- ☒ Schnittgrößen berechnen
- ☐ Schnittgrößenverläufe zeichnen
- ☐ Zusammenfassung
- ☐ Übungsaufgaben
- ☐ Zwischentest (Lagerkräfte)

- ✓ Gut strukturiert
- ✓ Alle wichtigen Themen
- ✓ Individuelles Lerntempo
- ✓ Ersetzt Übung + Tutorium



KLICK MICH

LOSLEGEN

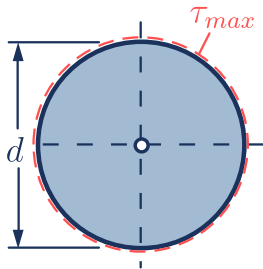
ingtutor.de



Torsionswiderstandsmomente und -flächenträgheitsmomente

Ausgewählte Querschnitte

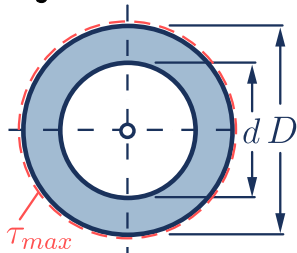
Kreis



$$I_T = I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi r^4}{2}$$

$$W_T = W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi r^3}{2}$$

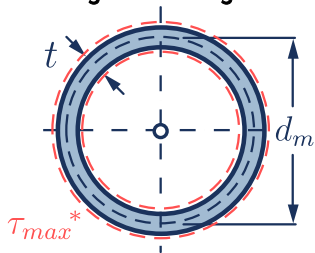
Kreisring



$$I_T = I_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4)$$

$$W_T = W_p = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{16 D} = \frac{\pi (R^4 - r^4)}{2 R}$$

Dünwandiger Kreisring

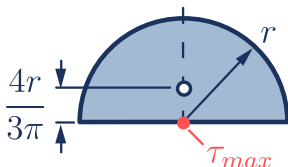


$$I_T = I_p = \frac{\pi}{4} d_m^3 t$$

$$W_T = W_p = \frac{\pi}{2} d_m^2 t$$

* Die Schubspannung ist überall gleich groß. Sie wirkt sie sowohl über die ganze Wanddicke als auch über den gesamten Umfang.

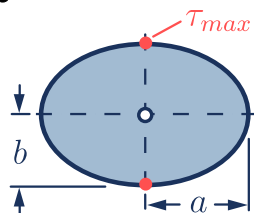
Halbkreis



$$I_T = 0,296 r^4$$

$$W_T = 0,348 r^3$$

Ellipse

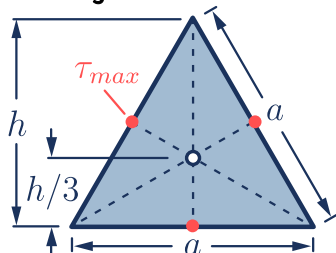


$$I_T = \pi \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2}$$

$$W_T = \frac{\pi}{2} a b^2$$

Die maximale Schubspannung liegt stets an den Randfasern der kurzen Halbachsen vor.

Gleichseitiges Dreieck



$$I_T = \frac{a^4}{46,19} = \frac{h^4}{26}$$

$$W_T = \frac{a^3}{20} = \frac{h^3}{13}$$

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Fortschritt 72% **IN BEARBEITUNG**

Aufgabe2
Für das gegebene Fachwerk sind alle Stabkräfte zu ermitteln.

+ Lösung einblenden

Aufgabe3
Das ebene Fachwerk, bestehend aus 13 Stäben und 8 Knoten, ist festlos-gelagert und wird durch vier Kräfte wie abgebildet belastet.

- Bestimme die Lagerkräfte.
- Prüfe die statische Bestimmtheit des Fachwerks.
- Identifiziere alle offensichtlichen Nullstäbe.
- Bestimme die Stabkräfte des Stabes 9.
- Bestimme die Stabkräfte der Stäbe 1-6.

+ Lösung einblenden

- ✓ 45 Aufgaben
- ✓ Ausführlich vorgerechnet
- ✓ Step-by-step erklärt
- ✓ Wie im Tutorium



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de

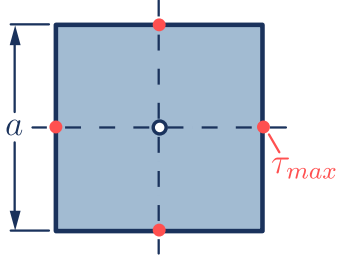


www.ingtutor.de

Torsionswiderstandsmomente und -flächenträgheitsmomente

Ausgewählte Querschnitte (Fortsetzung)

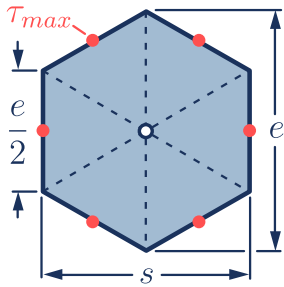
Quadrat



$$I_T = 0,141 a^4$$

$$W_T = 0,208 a^3$$

Sechseck, Sechskant, Hexagon

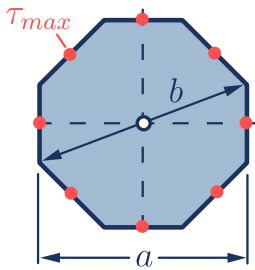


$$I_T = 0,115 s^4 = 0,065 e^4$$

$$W_T = 0,188 s^3 = 0,122 e^3$$

$$s = \frac{\sqrt{3}}{2} e$$

Achteck, Achtkant, Oktagon



$$I_T = 0,108 a^4 = 0,079 b^4$$

$$W_T = 0,185 a^3 = 0,146 b^3$$

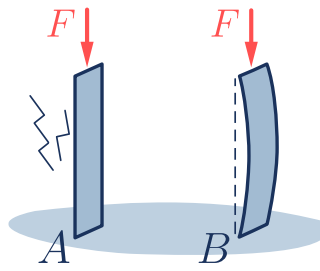
$$b = \sqrt{\frac{4 + 2 \cdot \sqrt{2}}{3 + 2 \cdot \sqrt{2}}} a = 1,082 a$$

Notizen

Knickung

Druckbeanspruchte Stäbe können bei Erreichen einer bestimmten kritischen Last nachgeben und ohne Vorwarnung schlagartig durchbiegen (knicken).

Im Augenblick des Knickens geht der Stab von der instabilen, nicht-durchgebogenen Gleichgewichtslage A in eine stabile, durchgebogene Gleichgewichtslage B über.

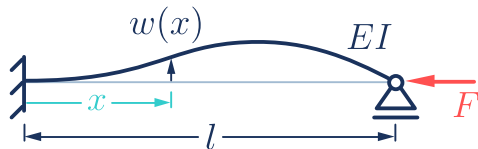


Knickgleichung

Mit der Knickgleichung lässt sich sowohl die Auslenkung eines geknickten Stabes als auch die kritische Kraft bestimmen, die zum Knickversagen führt:

$$w^{IV} + \lambda^2 w'' = 0 \quad \text{mit: } \lambda^2 = \frac{F}{EI}$$

- 1) Gilt nur für eine konstante Biegesteifigkeit $EI = \text{const.}$
- 2) Die Durchbiegung bzw. die Knickung erfolgt stets um die Achse mit dem schwächsten Flächenträgheitsmoment.



Allgemeine Lösung der Knickgleichung:

$$w(x) = A \cos(\lambda x) + B \sin(\lambda x) + C\lambda x + D$$

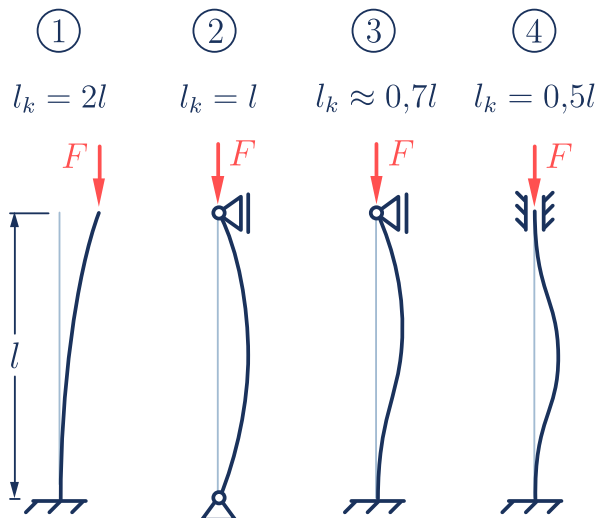
- 1) Die Koeffizienten A bis D müssen aus Randbedingungen des konkret vorliegenden Systems ermittelt werden (wie bei der Biegelinien-DGL).
- 2) Für die praktische Anwendung ist ausschließlich der kleinste Eigenwert λ_1 relevant, der nicht Null ist.
- 3) $w(x)$ wird auch Eigenform oder Knickform genannt.

Euler-Knickfälle

Für die folgenden vier Lagerungen kann die Knicklast mithilfe der zugehörigen Knicklänge l_k bestimmt werden:

$$F_k = \frac{EI_{\min} \pi^2}{l_k^2}$$

Der Balken versagt/knickt stets bezogen auf die schwächste Achse, also die Querschnittsachse mit dem kleinsten FTM.



ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I

Zwischentest (Schnittgrößen)

Zeitlimit: 00:15:39

Fragen: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

Schnittgrößen (Teil 6)

Gegeben ist ein fest-losgelagerter Balken, der durch eine konstante Streckenlast und durch eine Einzellast belastet wird. Außerdem sind 4 Momentenverläufe für den gesamten Balken vorgegeben. Kreuze den richtigen Momentenverlauf an.

1 2 3 4

☐ 1 ☐ 2

☐ 3 ☐ 4

☐ Der zugehörige Momentenverlauf ist nicht mit dabei

[zurück](#) [weiter](#)

- ✓ 8 Zwischentests
- ✓ Abschlussklausur
- ✓ Reale Testbedingungen
- ✓ Tests nach jedem Kapitel



KLICK MICH

LOSLEGEN

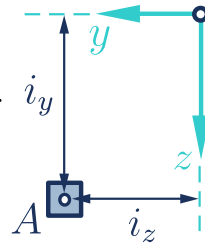
ingtutor.de



Trägheitsradius

Nimmt man an, dass die Fläche A in einem Punkt konzentriert wirkt und den Abstand i (Trägheitsradius) zur Biegeachse hat, dann erhält man das FTM I (Steiner-Anteil). Der TR hat die Dimension der Länge.

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \quad i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$



Der TR kann ein Maß dafür sein, wie „gut“ ein Querschnitt in Hinblick auf sein FTM ausgenutzt wurde. Ein Kreis und ein Hohlkreis mit ähnlichen Maßen haben ein ähnliches FTM. Beim Hohlkreis ist der TR aber größer, weil er trotz kleinerer Fläche auf ein vergleichbares FTM kommt (bessere Materialausnutzung).

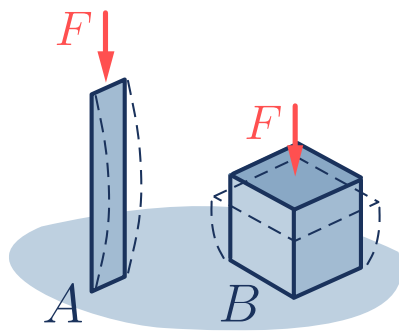
Schlankheitsgrad

Der Schlankheitsgrad (dimensionslos) sagt aus, wie „schlank“ ein Balken ist. Dabei ist stets der Trägheitsradius der schwächeren Achse (kleinstes FTM) relevant.

$$\lambda = \frac{l}{i}$$

Für die Euler-Fälle ist die jeweilige Knicklänge einzusetzen: $l = l_k$

Grenzschlankheitsgrad



Nur dünne Stäbe mit großer Schlankheit können elastisch „sauber“ knicken (A). Bei dicken Körpern mit kleiner Schlankheit kommt es zur reinen Quetschung (B). Damit es zum rein elastischen Knicken kommt, muss die Schlankheit des Stabes über der Grenzschlankheit liegen:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{R_p}}$$

- 1) Stäbe, deren Schlankheit nur knapp unter λ_0 liegt, knicken plastisch (Tetmajer).
- 2) Deutlich unter λ_0 kommt es erst gar nicht zum Knicken (B).
- 3) Proportionalitätsgrenze: $R_p = 0,8 R_e$

Knickspannung

Spannung im Querschnitt, die beim Knicken vorliegt bzw. zum Knicken erforderlich ist:

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Diese Gleichung gilt nur im linear-elastischen Werkstoffbereich. Das ist dann der Fall, wenn eine der Bedingungen erfüllt ist:

$$\sigma_k < R_p, \quad \lambda > \lambda_0$$

Wird dies nicht erfüllt, dann liegt Knicken im plastischen Bereich vor. In diesem Fall wird die Knickspannung nach Tetmajer berechnet.

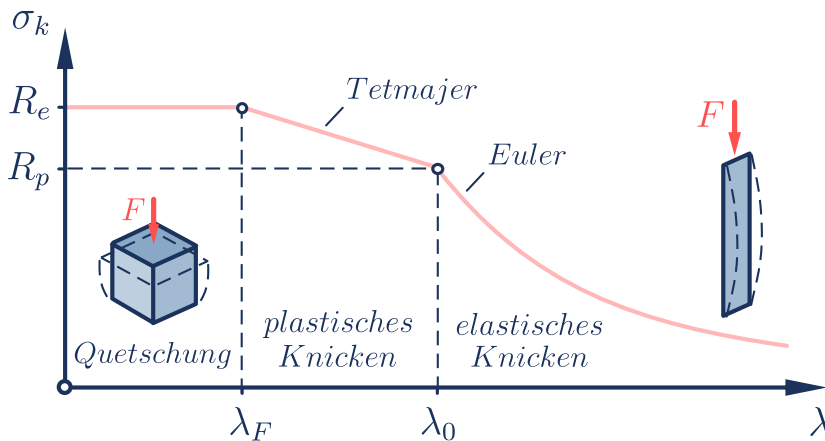
Knicksicherheit

$$S_k = \frac{F_k}{F_{vorh}} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{vorh}}$$

Übliche Werte für die Sicherheit gegen Knicken liegen im Bereich 2 ... 10.

Knicken im plastischen Bereich (Tetmajer)

Stäbe, die nicht schlank genug für die elastische Knickung sind, knicken plastisch. Ihr Schlankheitsgrad ist dann kleiner als der Grenzschlankheitsgrad. In diesem Fall kann die Knickspannung nach Tetmajer berechnet werden.



Die Knickspannung nach Tetmajer ist linear abhängig vom Schlankheitsgrad:

$$\sigma_k = a - b \cdot \lambda$$

Die Faktoren a und b sind werkstoffabhängig und können für ausgewählte Werkstoffe der Tabelle entnommen werden.

Werkstoff	E in N/mm^2	λ_0	a	b
E295, E335	210.000	89	335	0,62
S235JR	210.000	104	310	1,14
5%-Ni-Stahl	210.000	86	470	2,30
Gusseisen	100.000	80	$\sigma_k = 776 - 12\lambda + 0,053\lambda^2$	
Nadelholz	10.000	100	29,3	0,194

ONLINEKURS

TECHNISCHE MECHANIK I

Login

Technische Mechanik 1

Fortschritt39%IN BEARBEITUNG

Kursinhalte ⌵ alles ausklappen

☐ Grundbegriffe
6 Themen | 1 Test

☒ ausklappen

☐ Zentrales Kräftesystem
5 Themen | 1 Test

☒ ausklappen

☐ Allgemeines Kräftesystem
4 Themen | 1 Test

☒ ausklappen

☐ Schwerpunkte
4 Themen | 1 Test

☒ ausklappen

☐ Lagerreaktionen
6 Themen | 1 Test

☒ ausklappen

☐ Fachwerke
6 Themen | 1 Test

☒ ausklappen

☐ Schnittgrößen
5 Themen | 1 Test

☒ ausklappen

☐ Haftung und Reibung
2 Themen | 1 Test

☒ ausklappen

☒ Klausur

- ✓ Alle wichtigen TM1-Themen
- ✓ Tests zu jedem Kapitel
- ✓ Abschlussklausur
- ✓ Lernfortschritt verfolgen
- ✓ Theoriewissen
- ✓ Übungsaufgaben
- ✓ Zusammenfassungen
- ✓ Einfach erklärt



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de

Wichtige Werkstoffkennwerte

Kennwerte für Stahl

$$E = 210.000 \frac{N}{mm^2}, \quad G \approx 80.000 \frac{N}{mm^2}, \quad \nu \approx 0,3$$

Elastizitätsmodul, E-Modul

Der E-Modul E sagt aus, wie elastisch ein Werkstoff in Zug-Druck-Richtung ist. Ein großer E-Modul bedeutet, dass das Material steif ist und wenig nachgibt. Er wird im linearen Bereich des Spannungs-Dehnungs-Diagramms ermittelt.

Schubmodul, G-Modul

Der Schubmodul G sagt aus, wie elastisch ein Werkstoff bei Schubbeanspruchungen (Torsion oder Scherung) ist. Er wird entweder in einem Torsionsversuch direkt oder indirekt über die Querkontraktionszahl ermittelt:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Querkontraktionszahl, Poisson-Zahl

Die Querkontraktionszahl ν sagt aus, wie sehr der Querschnitt eines Körpers schrumpft, wenn er in Längsrichtung gezogen wird.

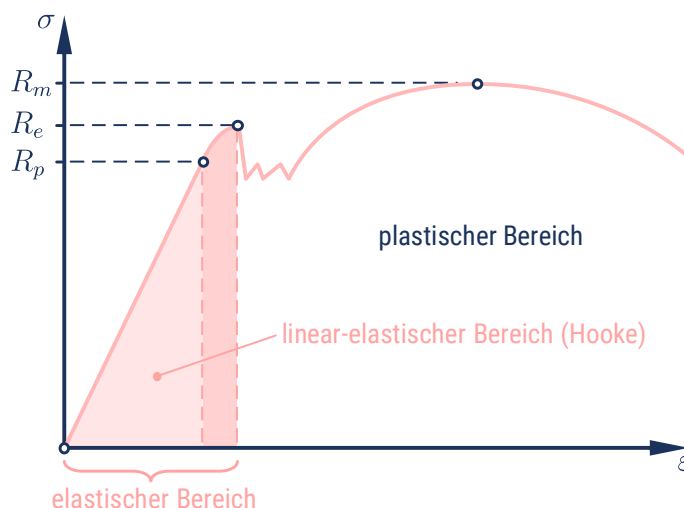
$$\nu = -\frac{\varepsilon_{quer}}{\varepsilon_{längs}}$$

Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Streckgrenze R_e : Wichtige Festigkeitsgröße für duktile/zähe Metalle. Sie markiert den Übergang vom elastischen zum plastischen Materialverhalten.

Proportionalitätsgrenze R_p : Hier endet der linear-elastische Bereich, in dem das Hookesche Gesetz gilt. Richtwert für duktile Metalle: $R_p = 0,8 R_e$

Zugfestigkeit R_m : Wichtige Kenngröße für spröde Metalle. Bei dieser Spannung kommt es zum Bruch.



Mathematische Grundlagen

Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck

Winkelbeziehungen

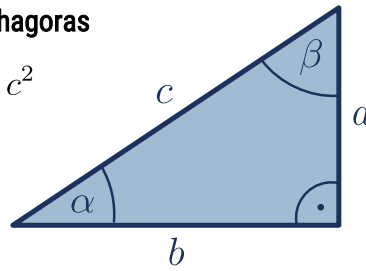
$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{a}{b}$$

Satz des Pythagoras

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Die beiden kurzen Seiten werden Katheten, die lange Seite wird Hypotenuse genannt.

vRechengesetze

Wurzeln

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Ausklammern und Ausmultiplizieren

$$a \cdot c + b \cdot c = c \cdot (a + b)$$

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f} \right) = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} + \frac{a \cdot e}{b \cdot f}$$

Brüche

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{b}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

$$\frac{c}{a} + \frac{c}{b} \neq \frac{c}{a + b}$$

Ableitungen und Integrale

Faktoren $(a \cdot x)' = a \cdot (x)'$

$$\int a \cdot x \, dx = a \int x \, dx$$

Summen $(x^2 + x)' = (x^2)' + x'$

$$\int x^2 + x \, dx = \int x^2 \, dx + \int x \, dx$$

Potenzen $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

Konstanten $a' = 0$

$$\int a \, dx = a \cdot x + C$$

ONLINEKURS TECHNISCHE MECHANIK I



Login

Fortschritt

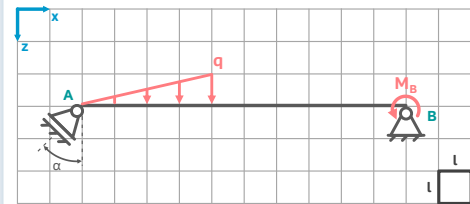
26%

IN BEARBEITUNG

Aufgabe 8

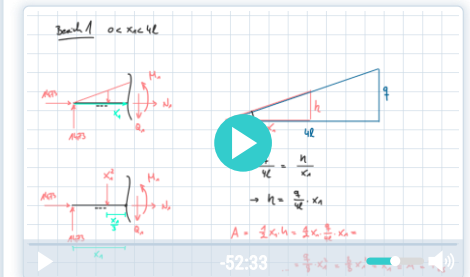
Gegeben ist ein Balken mit Fest-Los-Lagerung, der durch eine Dreieckslast und an seinem rechten Ende durch ein Einzelmoment belastet wird.

- Bestimme die Lagerkräfte
- Bestimme die Schnittgrößen
- Bestimme das maximale Moment und die zugehörige Stelle.
- Zeichne die Schnittgrößenverläufe



$$q = 8 \frac{\text{kN}}{\text{m}}, \quad M_B = 30 \text{ kNm}, \quad l = 1 \text{ m}, \quad \alpha = 45^\circ$$

— Lösung:



- ✓ 45 Lösungsvideos
- ✓ 23 Theorievideos
- ✓ Erklärt in einfachen Worten
- ✓ Ausführlich vorgerechnet



KLICK MICH

LOSLEGEN

ingtutor.de



www.ingtutor.de

